NOM :	**Prénom :**	**Classe :**
Appréciation :		**Note :**

EXERCICE 1 **4 points**

Calculer les limites suivantes :

1. $\lim\limits_{x \to -\infty} \dfrac{4x^2 - 5x + 1}{3 - x}$;
2. $\lim\limits_{x \to +\infty} \dfrac{1}{1 + e^{-x}}$;
3. $\lim\limits_{x \to -\infty} sin\left(\dfrac{\pi x^3 - 5x + 1}{7 - 2x^3}\right)$;
4. $\lim\limits_{x \to 0^+} \dfrac{5}{-x^2 + cos\left(\dfrac{1}{x}\right)}$;

EXERCICE 2 **4 points**

Soit f une fonction tel que : $f(x) = \dfrac{sin(x)}{x^2 - 4}$.

1. Déterminer D_f le domaine de définition de f.
2. Étudier les limites de f aux bornes de D_f.

EXERCICE 3 **3 points**

Soit f la fonction définie sur l'intervalle $]0\,;\,+\infty[$ par : $f(x) = \dfrac{\mathrm{e}^x}{x}$.
On note $\mathscr{C}_f$ la courbe représentative de la fonction f dans un repère orthonormé.

1. Préciser les limites de la fonction f aux bornes de $]0;+\infty[$.
2. Montrer que, pour tout nombre réel x de l'intervalle $]0\,;\,+\infty[$, on a : $f'(x) = \dfrac{\mathrm{e}^x(x-1)}{x^2}$.
3. Déterminer les variations de la fonction f sur l'intervalle $]0\,;\,+\infty[$.
   On établira un tableau de variations de la fonction f dans lequel apparaîtront les limites.
4. Montrer qu'il existe une unique solution $\alpha \in]0;2[$ à l'équation $f(x) = 5$.
   Donner un encadrement de α à 10^{-2} près.
5. On note Δ la droite d'équation $y = -x$.
   On note A un éventuel point de $\mathscr{C}_f$ d'abscisse a en lequel la tangente à la courbe $\mathscr{C}_f$ est parallèle à la droite Δ.
   a. Montrer que a est solution de l'équation $\mathrm{e}^x(x-1) + x^2 = 0$.
      On note g la fonction définie sur $[0\,;\,+\infty[$ par $g(x) = \mathrm{e}^x(x-1) + x^2$.
      On admet que la fonction g est dérivable et on note g' sa fonction dérivée.
   b. Calculer $g'(x)$ pour tout nombre réel x de l'intervalle $[0\,;\,+\infty[$, puis dresser le tableau de variations de g sur $[0\,;\,+\infty[$.
   c. Montrer qu'il existe un unique point A en lequel la tangente à $\mathscr{C}_f$ est parallèle à la droite Δ.