Chapitre 8. Suites Particulières. Exercices.

Boulanger Yann

26 janvier 2026

Table des matières

1 Exercices

1.1 Exercice

Pour chacune des suites données ci-dessous :

$$u_0 = 0 \text{ et } u_{n+1} = u_n + \frac{1}{2} \text{ pour tout } n \in \mathbb{N} \qquad x_n = \frac{3^n}{n+1} \text{ pour tout } n \in \mathbb{N}$$

$$v_n = 5 - 2n \text{ pour tout } n \in \mathbb{N} \qquad y_n = \left(\frac{1}{2}\right)^n \text{ pour tout } n \in \mathbb{N}$$

$$w_n = (n+1)^2 - n^2 \text{ pour tout } n \in \mathbb{N}$$

1. Calculer les trois premiers termes.
2. La suite est-elle géométrique ? arithmétique ?
3. Si elle est arithmétique ou géométrique :
   (a) calculer le terme de rang 100 ;
   (b) calculer la somme des termes jusquau rang 100.

1.2 Exercice

1. La suite (u_n) est arithmétique de raison $r = 8$. On sait que $u_{100} = 650$. Que vaut u_0 ?
2. La suite (u_n) est arithmétique de raison r. On sait que $u_{50} = 406$ et $u_{100} = 806$.
   (a) Déterminer r et u_0.
   (b) Calculer $S = u_{50} + u_{51} + \ldots + u_{100}$.

1.3 Exercice

[15.3] On considère une suite géométrique (u_n) de premier terme $u_1 = 1$ et de raison $q = -2$.

1. Calculer u_2, u_3 et u_4.
2. Calculer u_{20}.
3. Calculer la somme $S = u_1 + u_2 + \ldots + u_{20}$.

1.4 Exercice

[15.4] 1. La suite (u_n) est géométrique de raison $q = \frac{1}{2}$. On sait que $u_8 = -1$. Que vaut u_0 ?

2. La suite (u_n) est géométrique de raison q. On sait que $u_4 = 10$ et $u_6 = 20$.
   (a) Déterminer q et u_0.
   (b) Calculer $S = u_{50} + u_{51} + \ldots + u_{100}$.

1.5 Exercice

[15.5] 1. Calculer les sommes suivantes :
===== Page 7 =====

(a) $S_1 = 1 + 2 + 3 + \cdots + 998 + 999$ et $S_2 = 2006 + 2007 + \cdots + 9999$

(b) $S_3 = 1 - 2 + 4 - 8 + 16 - 32 + \cdots + 4096$

(c) $S_4 = 1 + 3 + 9 + 27 + \cdots + 59049$ et $S_5 = 1 + 3 + 5 + 7 + \cdots + 999$

(d) $A = 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{2^2} + \cdots + \frac{1}{2^{28}}$ et $B = 3 + 6 + 9 + \cdots + 99$

2. Lequel des deux nombres suivants est le plus grand ?

$$A = 2005(1 + 2 + 3 + \cdots + 2006)$$
$$B = 2006(1 + 2 + 3 + \cdots + 2005)$$

1.6 15.4.2 Problèmes

[15.1] Jean est en train de lire un livre. En additionnant les numéros de toutes les pages quil a déjà lues, il obtient 351. En additionnant les numéros de toutes les pages quil lui reste à lire, il obtient 469.

1. À quelle page en est Jean ?
2. Combien de pages comporte ce livre ?

On supposera que le livre commence à la page nř1.

[15.2] On considère les deux suites (u_n) et (v_n) définies, pour tout $n \in \mathbb{N}$, par :

$$u_n = \frac{3 \times 2^n - 4n + 3}{2} \quad \text{et} \quad v_n = \frac{3 \times 2^n + 4n - 3}{2}.$$

1. Soit (w_n) la suite définie par $w_n = u_n + v_n$. Démontrer que (w_n) est une suite géométrique.
2. Soit (t_n) la suite définie par $t_n = u_n - v_n$. Démontrer que (t_n) est une suite arithmétique.
3. Exprimer la somme suivante en fonction de n : $S_n = u_0 + u_1 + \ldots + u_n$.

[15.3] Un fournisseur fait une étude sur la fidélité de sa clientèle depuis lannée $n = 0$, où il y a eu 200 clients. Chaque année, sa clientèle est composée de 50% des clients de lannée précédente auxquels sajoutent 400 nouveaux clients.

1. Soit u_n le nombre de clients lannée n. Justifier que $u_{n+1} = 0{,}5u_n + 400$, puis calculer u_1, u_2, u_3 et u_4.
2. La fonction f définie sur $[0; +\infty[$ par : $f(x) = 0{,}5x + 400$ est représentée par la courbe $\mathcal{C}$ page suivante, ainsi que la première bissectrice déquation $y = x$. Construire la représentation en escalier de la suite (u_n).
3. (a) Déterminer par le calcul les coordonnées du point dintersection des deux droites.
   (b) Que laisse supposer cette représentation sur la limite de la suite (u_n) ?
4. On considère la suite (v_n) définie par $v_n = u_n - 800$.
   (a) Vérifier que $v_{n+1} = 0{,}5v_n$.
   (b) Quelle est la nature de la suite (v_n) ?
   (c) En déduire lexpression de v_n, puis celle de u_n, en fonction de n.
   (d) Étudier la limite de la suite (u_n). Que peut-on en déduire concernant le nombre de clients du fournisseur ?

4. Montrer que (c_n) est croissante.

5. Déterminer le nombre de mois nécessaires pour l'achat de la collection.

[15.6] Une ville comprenait 300 000 habitants au premier janvier 1950. On estime que la ville accueille tous les ans 2% de nouveaux arrivants et a un taux annuel de natalité de 3%. On constate curieusement un nombre fixe de décès et de départ de 800 personnes par an. On veut déterminer à partir de quelle année la population de la ville sera supérieure au double de la population en 1950.

1. Quelle était la population estimée de la ville le premier janvier 1951 ?
2. On note p_n la population de la ville à lannée $1950 + n$. Exprimer p_{n+1} en fonction de p_n.
3. On pose $q_n = p_n 16000$.
   (a) Montrer que cette suite est une suite géométrique.
   (b) Exprimer q_n puis p_n en fonction de n.
4. Montrer que (p_n) est croissante.
5. Déterminer à partir de quelle année la population de la ville sera supérieure au double de la population en 1950.