NOM :	**Prénom :**	**Classe :**
Appréciation :		**Note :**

EXERCICE 1 — 8 points

Soit $A = \begin{pmatrix} 2 & 7 \\ 3 & 11 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 1 & -3 \\ -4 & 12 \end{pmatrix}$, $C = \begin{pmatrix} -1 & -2 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}$, $D = \begin{pmatrix} 1 & i & -1 \\ 1+i & 0 & -i \\ 0 & 1 & i \end{pmatrix}$ et $E = \begin{pmatrix} 2 & 0 & -1 \\ -i & 1-i & 1 \\ 0 & 1+i & i \end{pmatrix}$.

1. Calculer :
   a. $3A - 2B + C$;
   b. $(C + I_2)(C - I_2)$, avec I_2 la matrice identité de taille 2.
   c. **[BONUS 1 point] :** le produit matriciel de D par E.
2. Déterminer les matrices inverses de A, B et C lorsque c'est possible.

EXERCICE 2 — 6 points

On considère la matrice $A = \begin{pmatrix} 1 & -2 & -6 \\ -3 & 2 & 9 \\ 2 & 0 & -3 \end{pmatrix}$.

1. Calculer A^2 et A^3.
2. Soit $n \in \mathbb{N}$. Conjecturer une expression de A^{2n+1} en fonction de n.
3. Démontrer par récurrence cette conjecture.

EXERCICE 3 — 8 points

On considère une parabole $\mathscr{P}$ d'équation $y = ax^2 + bx + c$ où a, b et c sont des réels tels que $a \neq 0$.
On sait que :

- le sommet de la parabole $\mathscr{P}$ est le point M de coordonnées $(1; -4)$.
- la parabole $\mathscr{P}$ coupe l'axe des abscisses en deux points dont l'un a pour abscisse -1.

1. Justifier que les nombres a, b et c vérifient le système :

$$(S) : \quad \begin{cases} a + b + c = -4 \\ 2a + b = 0 \\ a - b + c = 0 \end{cases}$$

2. Donner l'écriture matricielle du système (S).
3. Résoudre (S) en utilisant les matrices.
4. En déduire l'équation de $\mathscr{P}$.