Chapitre 7. Combinaison. Exercices.

Boulanger Yann

26 janvier 2026

Table des matières

1 Exercice 1

Deux dés cubiques de couleur différente, un vert et un rouge, ont leurs six faces numérotées respectivement 1, 2, 3, 4, 5, 6.
On lance simultanément les deux dés. On forme un nombre de deux chiffres : le chiffre du dé vert donne le chiffre des dizaines, et celui du dé rouge donne le chiffre des unités.

1. Faire un tableau ou un arbre donnant tous les résultats possibles.
2. Calculer les probabilités des événements suivants :
   — A : " obtenir le nombre 11 "
   — B : " obtenir un nombre dont le chiffre des dizaines est 3 "
   — C : " obtenir un nombre pair "
   — D : " obtenir un nombre supérieur ou égal à 42 "

2 Exercice 2

Dans un jeu de 32 cartes, on tire une carte. On admet qu'il y a équiprobabilité des tirages.
Les événements A et B sont définis comme suit :

— A : " La carte est un pique "

— B : " La carte est une figure " (valet, dame ou roi).

1. Calculer $P(A)$ et $P(B)$.
2. On note $\bar{A}$ l'événement contraire à A. Définir $\bar{A}$ par une phrase en français. Calculer $P(\bar{A})$.
3. Définir par une phrase en français l'événement $A \cap B$. Calculer $P(A \cap B)$. Les événements A et B sont-ils incompatibles ?
4. Définir par une phrase en français l'événement $A \cup B$. Calculer $P(A \cup B)$.

3 Exercice 3

Voici les résultats d'un sondage effectué au début de l'année 1998 auprès de 1000 personnes à propos d'Internet :

— 40% des personnes interrogées déclarent être intéressées par Internet.

— 35% des personnes interrogées ont moins de 25 ans et, parmi celles-ci, 80% déclarent être intéressées par Internet.

— 30% des personnes interrogées ont plus de 50 ans et, parmi celles-ci, 85% ne sont pas intéressées par Internet.

1. Compléter le tableau suivant :

	Intéressés par Internet	Non intéressés par Internet	Total
Moins de 25 ans			
De 25 à 50 ans			
Plus de 50 ans			
Total			1000

2. On choisit au hasard une personne parmi les 1000 interrogées. On suppose que toutes les personnes ont la même probabilité d'être choisies.

   On considère les événements :

— A : " la personne interrogée est intéressée par Internet ".
— B : " la personne interrogée a moins de 25 ans ".

(a) Calculer les probabilités $P(A)$ et $P(B)$.
(b) Définir par une phrase l'événement $\bar{B}$ puis calculer $P(\bar{B})$.
(c) Définir par une phrase l'événement $A \cap B$ puis calculer $P(A \cap B)$. En déduire $P(A \cup B)$.
(d) On sait maintenant que la personne interrogée n'est pas intéressée par Internet. Quelle est la probabilité qu'elle ait moins de 50 ans.

4 Exercice 4 (Sujet Bac ES Pondichéry 4 mai 2018)

Un commerçant dispose dans sa boutique d'un terminal qui permet à ses clients, s'ils souhaitent régler leurs achats par carte bancaire, d'utiliser celle-ci en mode sans contact (quand le montant de la transaction est inférieur ou égal à 30) ou bien en mode code secret (quel que soit le montant de la transaction).
Il remarque que :

— 80 % de ses clients règlent des sommes inférieures ou égales à 30 . Parmi eux :
  — 40 % paient en espèces ;
  — 40 % paient avec une carte bancaire en mode sans contact ;
  — les autres paient avec une carte bancaire en mode code secret.
— 20 % de ses clients règlent des sommes strictement supérieures à 30 . Parmi eux :
  — 70 % paient avec une carte bancaire en mode code secret ;
  — les autres paient en espèces.

On interroge au hasard un client qui vient de régler un achat dans la boutique.
On considère les événements suivants :

— V : " pour son achat, le client a réglé un montant inférieur ou égal à 30 " ;
— E : " pour son achat, le client a réglé en espèces " ;
— C : " pour son achat, le client a réglé avec sa carte bancaire en mode code secret " ;
— S : " pour son achat, le client a réglé avec sa carte bancaire en mode sans contact ".

1. (a) Donner la probabilité de l'événement V, notée $P(V)$, ainsi que la probabilité de S sachant V notée $P_V(S)$.
   (b) Traduire la situation de l'énoncé à l'aide d'un arbre pondéré.
2. (a) Calculer la probabilité que pour son achat, le client ait réglé un montant inférieur ou égal à 30 et qu'il ait utilisé sa carte bancaire en mode sans contact.
   (b) Montrer que la probabilité de l'événement : " pour son achat, le client a réglé avec sa carte bancaire en utilisant l'un des deux modes " est égale à 0,62.

5 Exercice 5 (Sujet Bac ES Antilles-Guyane 19 juin 2018)

Victor a téléchargé un jeu sur son téléphone. Le but de ce jeu est d'affronter des obstacles à l'aide de personnages qui peuvent être de trois types : " Terre ", " Air " ou " Feu ".
Au début de chaque partie, Victor obtient de façon aléatoire un personnage d'un des trois types et peut, en cours de partie, conserver ce personnage ou changer une seule fois de type de personnage.
Le jeu a été programmé de telle sorte que :

— la probabilité que la partie débute avec un personnage de type " Terre " est 0,3 ;

— la probabilité que la partie débute avec un personnage de type " Air " est 0,5 ;

— si la partie débute avec un personnage de type " Terre ", il a 0,5 chance d'être conservé ;

— si la partie débute avec un personnage de type " Air ", il a 0,4 chance d'être conservé ;

— si la partie débute avec un personnage de type " Feu ", il a 0,9 chance d'être conservé.

On note les événements suivants :

— T : la partie débute avec un personnage de type " Terre " ;

— A : la partie débute avec un personnage de type " Air " ;

— F : la partie débute avec un personnage de type " Feu " ;

— C : Victor conserve le même personnage tout au long de la partie.

1. Représenter à l'aide d'un arbre de probabilités la situation.
2. Calculer la probabilité que Victor obtienne et conserve un personnage de type " Air ".
3. Justifier que la probabilité que Victor conserve le personnage obtenu en début de partie est 0,53.
4. On considère une partie au cours de laquelle Victor a conservé le personnage obtenu en début de partie. Quelle est la probabilité que ce soit un personnage de type " Air " ?

6 Exercice 6 (différence entre $P_A(B)$ et $P_B(A)$)

Un test de dépistage permet de déceler la présence d'une maladie parmi les individus d'une population.

— La sensibilité d'un test est sa capacité à détecter une maladie lorsqu'elle est présente.

— La valeur prédictive d'un test positif (VPP) est la probabilité que la maladie soit présente lorsque le test est positif.

Une étude statistique a montré que 4% de la population d'un pays est atteinte par une certaine maladie. Un laboratoire pharmaceutique a développé un nouveau test de dépistage. Les essais sur un groupe témoin ont donné les résultats suivants :

	Malades	Non malades	Total
Test +	340		436
Test -			
Total			10000

On choisit une personne au hasard dans l'échantillon et on s'intéresse aux événements suivants :
M : " Elle est atteinte par la maladie " et T : " Elle est positive au test "

1. Que représente la sensibilité clinique du test en terme de probabilité conditionnelle ?
2. Que représente la VPP en terme de probabilité conditionnelle ?
3. Compléter le tableau précédent.
4. Déterminer la VPP et la sensibilité de ce nouveau test de dépistage.

7 Exercice 7 (différence entre $P_A(B)$ et $P_B(A)$)

Un test de dépistage permet de déceler la présence d'une maladie parmi les individus d'une population.

— La spécificité d'un test est sa capacité à être négatif lorsque la maladie est absente.

— La valeur prédictive d'un test négatif (VPN) est la probabilité que la maladie soit absente lorsque le test est négatif.

Une étude statistique a montré que 6% de la population d'un pays est atteinte par une certaine maladie. Un laboratoire pharmaceutique a développé un nouveau test de dépistage.
Les essais sur un groupe témoin ont donné les résultats suivants :

	Malades	Non malades	Total
Test +	340	9532	
Test -			10000
Total			10000

On choisit une personne au hasard dans l'échantillon et on s'intéresse aux événements suivants :
M : " Elle est atteinte par la maladie " et T : " Elle est positive au test "

1. Calculer $P_T(\overline{M})$. À quoi correspond cette probabilité ?
2. Calculer $P_{\overline{M}}(\overline{T})$. À quoi correspond cette probabilité ?
3. Comparer ces résultats avec ceux de l'exercice précédent.

8 Exercice 8 (Indépendance)

A et B sont deux événements indépendants.

1. Déterminer $P(B)$, $P_B(A)$, $P(A \cap B)$ et $P(A \cup B)$ sachant que $P(A) = 0,18$ et $P_A(B) = 0,48$.
2. Déterminer $P_A(B)$, $P_B(A)$, $P(A \cap B)$ et $P(A \cup B)$ sachant que $P(A) = 0,11$ et $P(B) = 0,37$.
3. Si de plus A et B sont incompatibles et $P(A) = 0,34$, que peut-on dire de $P(B)$?

9 Exercice 9 (Indépendance - partition)

Un jardinier dispose d'un lot de bulbes de tulipes :

- 40% sont à fleurs rouge, 30% sont à fleurs jaune, le reste est à fleur blanche.
- 85% des bulbes à fleur rouge, 90% des bulbes à fleur jaune et 80% des bulbes à fleur blanche donnent une fleur une fois plantés.

On choisit un bulbe au hasard et on note

- R : " le bulbe est à fleur rouge " ;
- J : " le bulbe est à fleur jaune " ;
- B : " le bulbe est à fleur blanche " ;
- F : " le bulbe fleurit ".

1. Construire un arbre pondéré traduisant la situation.
2. Justifier que la probabilité que le bulbe fleurisse est de 0,85.
3. Les événements R et F sont-ils indépendants ?
4. Les événements F et J sont-ils indépendants ?

10 Exercice 10 (Indépendance - répétition)

Une urne contient 10 boules indiscernables au toucher : 3 rouges, 5 vertes et 2 jaunes.
On tire une boule, on note sa couleur, on la remet dans l'urne et on tire à nouveau une boule.
On note :

- R_1 l'événement " tirer une boule rouge au premier tirage " (resp. R_2 au second tirage)

— V_1 l'événement " tirer une boule verte au premier tirage " (resp. V_2 au second tirage)

— J_1 l'événement " tirer une boule jaune au premier tirage " (resp. J_2 au second tirage)

1. (a) Comparer $P(R_1)$ et $P_{R_1}(R_2)$ sans les calculer.
   (b) Comparer de même $P(V_1)$ et $P_{V_1}(V_2)$ puis $P(J_1)$ et $P_{J_1}(J_2)$.
   (c) Que peut-on en déduire sur les deux tirages ?
2. Illustrer la situation à l'aide d'un tableau à double entrée, afin de donner les probabilités de tous les tirages possibles.
3. Illustrer la situation à l'aide d'un arbre pondéré.
4. On réalise maintenant 3 fois l'épreuve du tirage avec remise :
   (a) Quelle est la probabilité de n'obtenir que des boules rouges ?
   (b) Quelle est la probabilité de n'obtenir aucune boule rouge ?
5. On réalise maintenant n fois (n entier naturel) l'épreuve du tirage avec remise. Quelle est la probabilité de n'obtenir aucune boule jaune ?