Chapitre 6. Nombre Dérivé. Exercices.

Boulanger Yann

12 janvier 2026

Table des matières

1 Dérivation (1)

1.1 1 Nombre dérivé

1.1.1 Exercice 1

Utiliser la définition du nombre dérivé pour les questions suivantes.
1) Soit f la fonction définie pour tout x de $\mathbb{R}$ par $f(x) = -4x - 1$. Déterminer la valeur de $f'(-2)$.
2) Soit f la fonction définie pour tout x de $\mathbb{R}^*$ par $f(x) = \frac{1}{x}$. Déterminer la valeur de $f'(5)$.
3) Soit f la fonction définie pour tout x de $\mathbb{R}$ par $f(x) = x^2$. Déterminer la valeur de $f'(-1)$.
4) Soit f la fonction définie pour tout x de $\mathbb{R}_+$ par $f(x) = \sqrt{x}$. Déterminer la valeur de $f'(1)$.

1.1.2 Exercice 2

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = x^2$. Soit h un réel non nul et a un réel quelconque.
1) Calculer le taux d'accroissement de f entre a et $a + h$.
2) En déduire le taux d'accroissement de f entre 2 et 5.

1.1.3 Exercice 3

Soit g la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $g(x) = x^2 - 4x + 5$.
1) Établir que pour tout réel $h \neq 0$,

$$\frac{g(3+h) - g(3)}{h} = h + 2$$

2) En déduire que g est dérivable en 3 et préciser la valeur du nombre dérivé de g en 3.

1.1.4 Exercice 4

Soit h la fonction définie sur $\mathbb{R}^*$ par $h(x) = \frac{1}{x}$. Calculer $\frac{h(5) - h(3)}{2}$. Interpréter ce résultat.

1.1.5 Exercice 5

Soit g la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $g : x \mapsto 5x^2$ et h un nombre réel non nul.
1) Calculer $g(1)$.
2) Exprimer $g(1 + h)$ en fonction de h.
3) Exprimer en fonction de h le taux de variation de g entre 1 et $1 + h$ et simplifier l'expression au maximum.

1.1.6 Exercice 6

Soit g la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $g(x) = 1 - x^2$. Soit h un réel non nul et a un réel quelconque.
1) Calculer le taux d'accroissement de g entre a et $a + h$.
2) En déduire le taux d'accroissement de g entre -2 et 6.

1.1.7 Exercice 7

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par :

$$f(x) = 3x^2 + 5x + 4$$

1) Établir que pour tout réel $h \neq 0$,

$$\frac{f(2+h)-f(2)}{h} = 3h + 17$$

2) En déduire que f est dérivable en 2 et préciser la valeur du nombre dérivé de f en 2.

1.1.8 Exercice 8

f est la fonction définie sur $\mathbb{R} \setminus \{0\}$ par : $f(x) = x - \dfrac{1}{x}$

1) Vérifier que pour tout h tel que $h \neq 0$ et $1 + h > 0$: $f(1+h) = \dfrac{2h + h^2}{1+h}$

2) En déduire que f est dérivable en 1 et calculer $f'(1)$.

1.1.9 Exercice 9

Montrer que la fonction f définie par $f(x) = \dfrac{2}{x}$ est dérivable en $a = 1$. Donner $f'(1)$.

1.1.10 Exercice 10

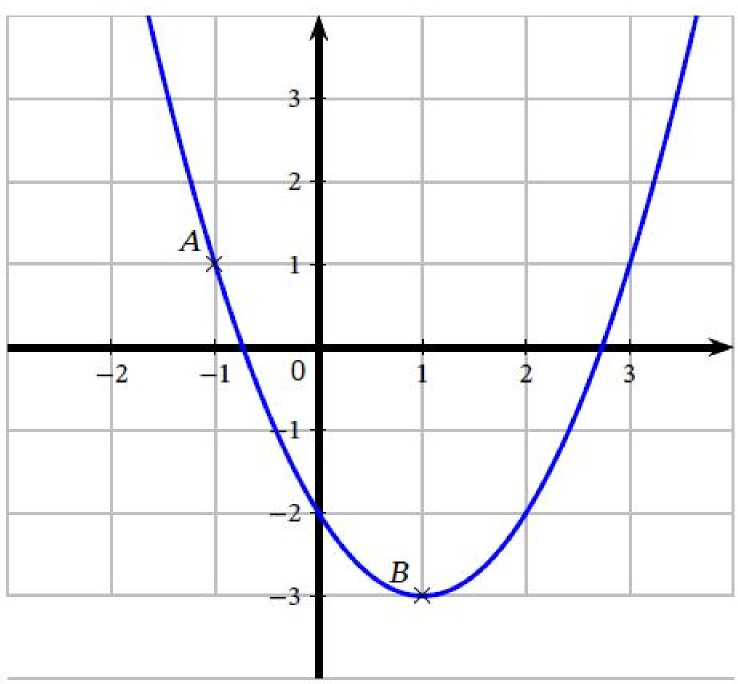
Montrer que la fonction u définie par $u(x) = \sqrt{x-1}$ n'est pas dérivable en $a = 1$.

1.1.11 Exercice 11

Montrer que la fonction f définie par $f(x) = x^3$ est dérivable en $a = 4$. Donner $f'(4)$.

1.1.12 Exercice 12

La courbe représentative d'une fonction f définie sur $\mathbb{R}$ passe par les points A et B.
Quel est le taux de variation de f entre -1 et 1 ?

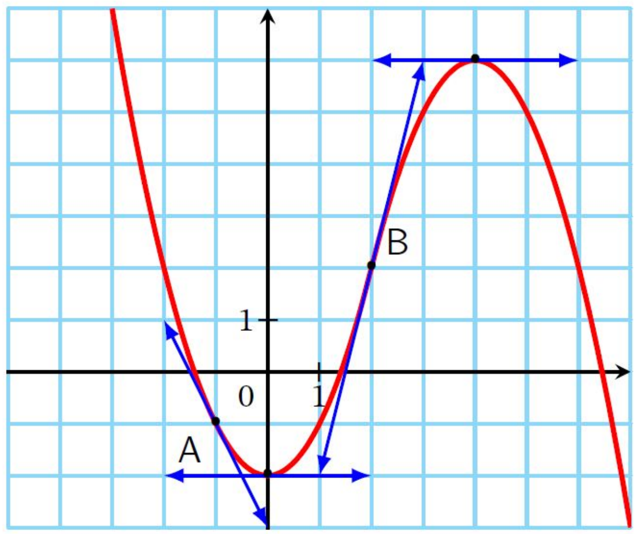


1.2 2 Nombre dérivé et tangente

1.2.1 Exercice 13

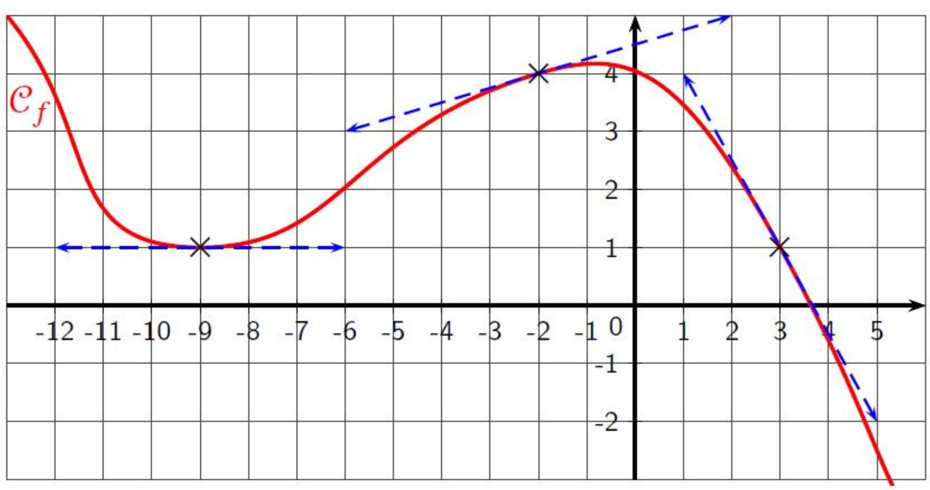
La fonction f représentée ci-dessous est dérivable pour tout nombre a.

1. Par lecture graphique, donner les nombres $f'(0)$ et $f'(4)$.
2. (a) Par lecture graphique, déterminer les nombres $f'(-1)$ et $f'(2)$.
   (b) Déterminer une équation de la tangente à $\mathcal{C}_f$ au point A et celle au point B.
3. On sait que $f'(3) = 2$. Tracer la tangente à $\mathcal{C}_f$ au point d'abscisse 3.



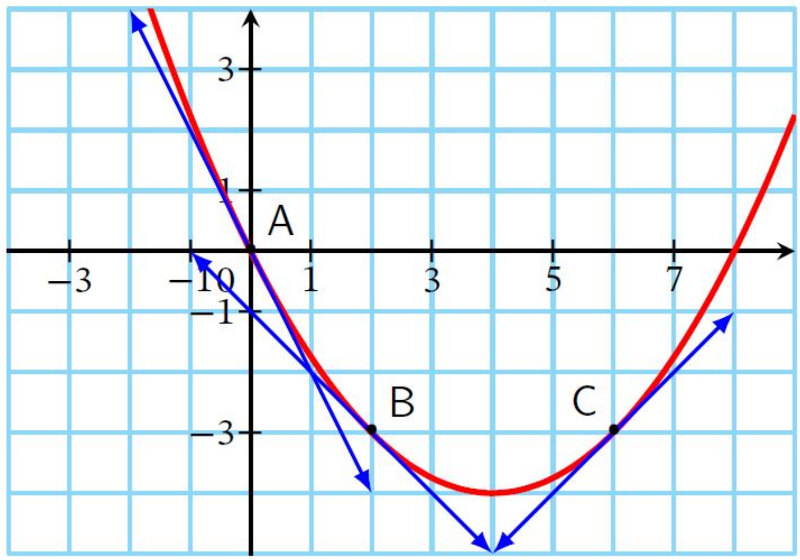
1.2.2 Exercice 14

On donne sur la figure ci-dessous la courbe représentative $\mathcal{C}_f$ d'une fonction définie f sur $\mathbb{R}$ ainsi que les tangentes à cette courbe en certains points.
1) Donner $f(3)$, $f(-2)$ et $f(-9)$.
2) Donner $f'(3)$, $f'(-2)$ et $f'(-9)$.
3) Donner les équations des tangentes correspondantes.



1.2.3 Exercice 15

La fonction f représentée ci-dessous est dérivable pour tout nombre a.
1) Par lecture graphique, donner les nombres $f'(0)$, $f'(2)$ et $f'(6)$.
2) Déterminer une équation de la tangente à $\mathcal{C}_f$ aux points A, B et C.
3) Il existe un nombre x_0 tel que $f'(x_0) = 0$. Quel est ce nombre ?

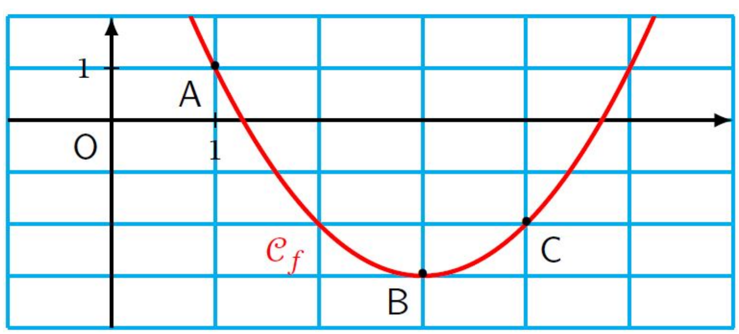


1.2.4 Exercice 16

Soit f une fonction définie sur $\mathbb{R}$. f est dérivable en 1, en 3 et en 4 et telle que :

$$f'(1) = -4, \quad f'(3) = 0, \quad f'(4) = 2$$

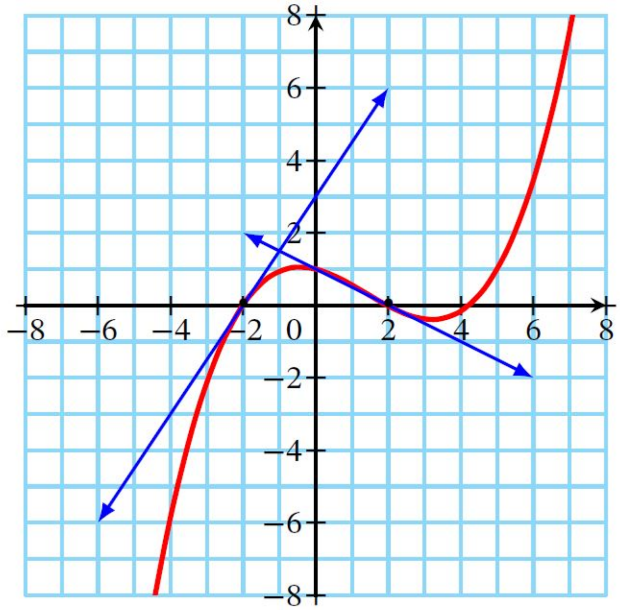
Construire les tangentes à la courbe $\mathcal{C}_f$ aux points A, B et C et donner les équations réduites de chacune d'elles.



4. Dérivation (1) 2

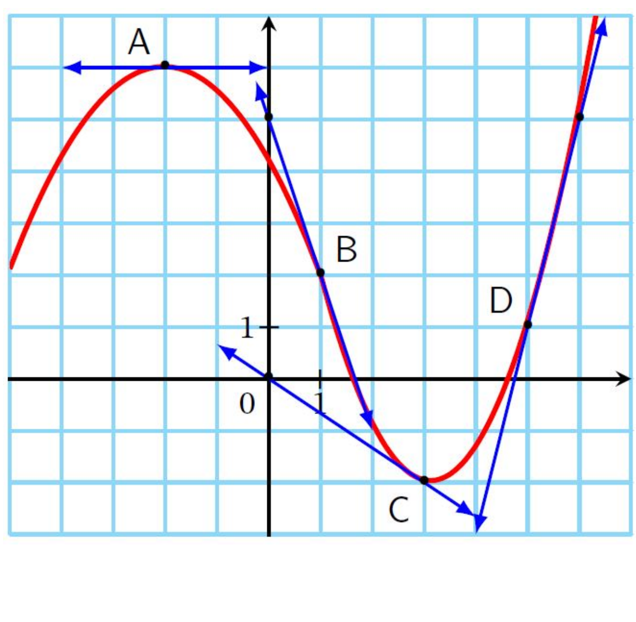
1.2.5 Exercice 17

La courbe ci-dessous représente une fonction f. Donner les nombres dérivés $f'(-2)$ et $f'(2)$.



1.2.6 Exercice 18

La fonction f représentée ci-dessous est dérivable pour tout nombre a.
1) Par lecture graphique, donner la pente de la tangente aux points A, B, C et D.
2) En déduire une équation de chacune des tangentes.



1.2.7 Exercice 19

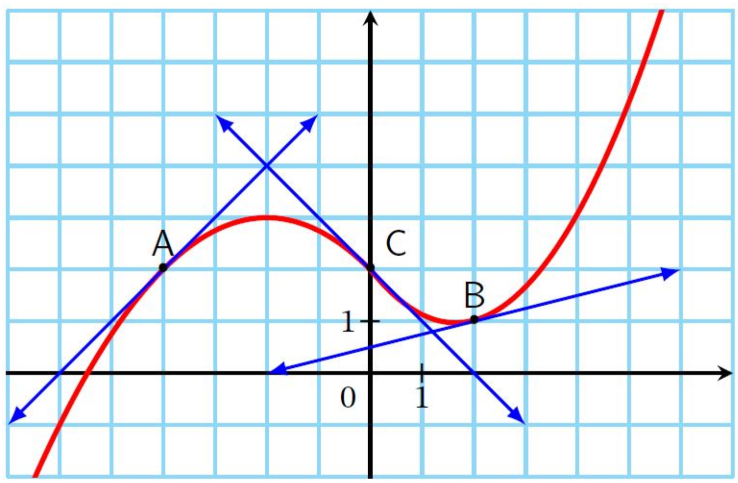
Soit f une fonction dérivable sur $[-5;5]$ et $\mathcal{C}_f$ sa courbe représentative.
On sait que $f(-1) = 2$ et que $f'(-1) = 2$.
Déterminer une équation de la tangente à la courbe $\mathcal{C}_f$ au point d'abscisse -1, en utilisant la formule de cours de l'équation de tangente.

1.2.8 Exercice 20

Soit f une fonction dérivable sur $[-5; 5]$ et $\mathcal{C}_f$ sa courbe représentative.
On sait que $f(-1) = 2$ et que $f'(-1) = 2$.
Déterminer une équation de la tangente à la courbe $\mathcal{C}_f$ au point d'abscisse -1, sans utiliser la formule de cours de l'équation de tangente.

1.2.9 Exercice 21

La fonction f représentée ci-dessous est dérivable pour tout nombre a.
1) Par lecture graphique, donner la pente de la tangente aux points A, B et C.
2) En déduire une équation de chacune des tangentes.



1.2.10 Exercice 22

Soit une fonction g définie et dérivable sur $\mathbb{R}$ telle que $g(4) = -1$ et $g'(4) = 2$.
Soit $\mathcal{C}_g$ sa courbe représentative.
Déterminer l'équation réduite de la tangente à $\mathcal{C}_g$ au point d'abscisse 4.

1.2.11 Exercice 23

Soit une fonction h définie et dérivable sur $\mathbb{R}$ telle que $h(-3) = 7$ et $h'(-3) = -4$. Soit $\mathcal{C}_h$ sa courbe représentative.
Déterminer l'équation réduite de la tangente à $\mathcal{C}_h$ au point d'abscisse -3.

1.2.12 Exercice 24

Soit une fonction u définie et dérivable sur $\mathbb{R}$ telle que $u'(2) = 17$.
Sa courbe représentative $\mathcal{C}_u$ passe par le point $A(2; 7)$.
Déterminer l'équation réduite de la tangente à $\mathcal{C}_u$ au point d'abscisse 2.

1.2.13 Exercice 25

Soit g la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par : $g(x) = (2x^2 - 5x + 4)^{10}$.
On admet que g est dérivable en 1, et que $g'(1) = -10$.
Déterminer l'équation réduite de la tangente à la courbe représentative de g au point d'abscisse 1.