BAC BLANC 1 - Janvier 2026

SPÉCIALITÉ MATHÉMATIQUES - SUJET 2

DURÉE DE L'ÉPREUVE : **4 heures**

L'utilisation d'une calculatrice en mode examen est autorisée.
L'utilisation d'une calculatrice sans mémoire "type collège" est autorisée.

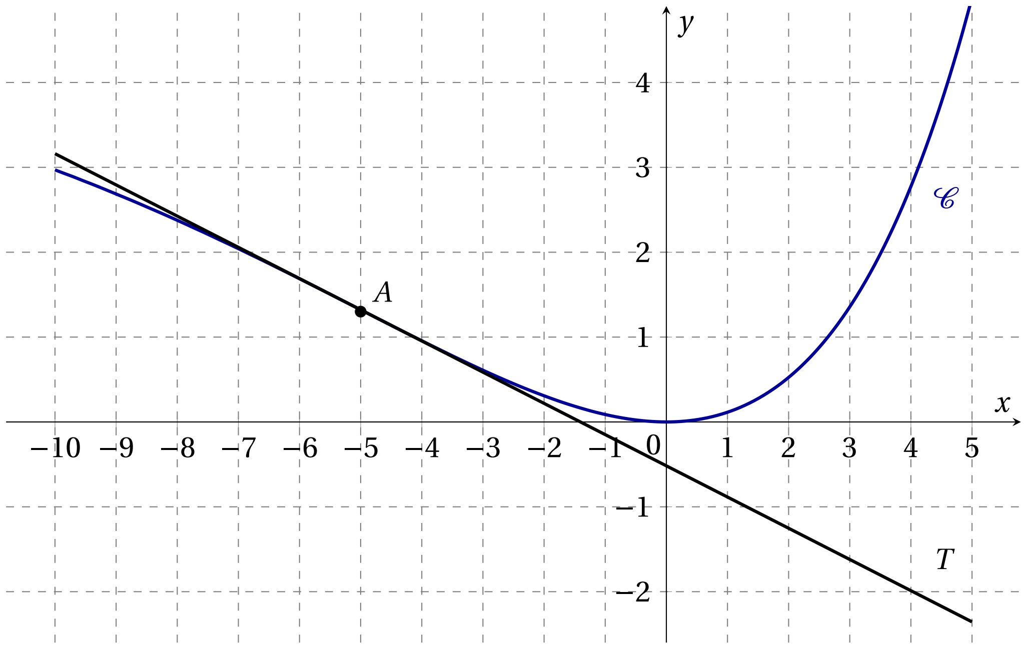
Le sujet est composé de 4 exercices indépendants.
Ce sujet comporte 5 pages numérotées de 1/5 à 5/5.

La qualité de la rédaction et la précision des raisonnements entreront pour une part importante dans l'appréciation des copies. Les candidates et les candidats sont invités à faire figurer sur leurs copies toute trace de recherche, même incomplète ou infructueuse.

SUJET A RENDRE AVEC LA COPIE

EXERCICE 1 **5 points**

On a représenté dans le repère orthogonal ci-dessous, la courbe $\mathscr{C}$ représentative d'une fonction f définie sur l'intervalle $[-10;5]$ et la tangente T à $\mathscr{C}$ au point A.



Partie A
Dans cette partie les estimations seront obtenues par lecture graphique.
Cette partie A est un QCM où pour chacune des questions une seule des quatre réponses est exacte.
Aucune justification n'est demandée. **Entourer la bonne réponse**.

1. Parmi les quatre valeurs ci-dessous, la meilleure valeur approchée de $f'(-5)$ est :

a) $-\dfrac{1}{3}$ b) -3 c) 3 d) $\dfrac{1}{3}$

2. La fonction est :

a) concave sur $[-5;0]$
b) concave sur $[-10;0]$
c) convexe sur $[-10;5]$
d) convexe sur $[-5;5]$

Partie B

La fonction f précédente est la fonction définie et dérivable sur l'intervalle $[-10;5]$ par :

$$f(x) = (x-5)e^{0.2x} + 5$$

1. On note f' la fonction dérivée de la fonction f sur l'intervalle $[-10;5]$.
- **a.** Montrer que $f'(x) = 0.2xe^{0,2x}$.
- **b.** Dresser le tableau de variations de la fonction f sur l'intervalle $[-10;5]$.
- **c.** Déterminer l'équation de la tangente T à $\mathscr{C}$ au point A d'abscisse -5.

2.
- **a.** Calculer $f''(x)$ la dérivée seconde de f.
- **b.** Étudier la convexité de la fonction f sur l'intervalle $[-10;5]$.
- **c.** En déduire la position relative de T par rapport à $\mathscr{C}$ sur $[-10;5]$.

EXERCICE 2 **5 points**

Partie A

Dans le magasin d'une grande enseigne spécialisée dans le sport, deux articles sont en tête des ventes en avril : le vélo tout terrain (en abrégé VTT) et le vélo électrique.
Le magasin fait réaliser une enquête afin de satisfaire au mieux ses clients et demande à ceux-ci, s'ils sont sportifs ou simplement des utilisateurs occasionnels.
L'enquête a donné les résultats suivants :

- 30% des vélos achetés sont des VTT.
- Lorsque l'achat est un vélo électrique, 95% des acheteurs ne sont pas sportifs.
- Lorsque l'achat est un VTT, 70% des acheteurs sont sportifs.

On s'intéresse à l'achat d'un vélo quelconque dans ce magasin. On note :

- E l'évènement : " le client achète un vélo électrique " ;
- V l'évènement : " le client achète un VTT " ;
- S l'évènement : " le client est sportif ".

1. Traduis l'énoncé par un arbre pondéré.

2. Quelle est la probabilité qu'un client achète un vélo électrique et soit sportif?

3. Démontrer que $P(S) = 0,245$.

4. On suppose que le client n'est pas sportif.
Quelle est la probabilité qu'il ait acheté un vélo électrique? On arrondira le résultat à 10^{-3} près.

Partie B

Sur le site de vente en ligne de l'enseigne on s'aperçoit que la marque premier prix de vélos électriques est souvent mal notée dans les avis de clients.

Pour le service qualité de l'enseigne il y a $1,2\%$ des vélos électriques de cette marque premier prix qui présentent un défaut.

Afin de vérifier la qualité du produit, l'enseigne décide de prélever au hasard, dans un nouvel arrivage de vélos électriques premier prix, un échantillon de 30 vélos électriques premier prix. Le stock est suffisamment important pour que l'on puisse assimiler ce prélèvement à un tirage avec remise.

On considère la variable aléatoire X qui donne le nombre de vélos électriques premier prix ayant un défaut parmi les 30 prélevés.

1. Préciser la nature et les paramètres de la loi de probabilité suivie par X.
2. Déterminer, en détaillant votre calcul, la probabilité pour qu'exactement deux vélos prélevés de l'échantillon aient un défaut. On arrondira le résultat à 10^{-3} près.
3. Déterminer la probabilité pour qu'au moins l'un des vélos électriques prélevé de cet échantillon présente un défaut. On arrondira le résultat à 10^{-3} près.
4. Dans cette question nous considérons un échantillon de n vélos électriques premier prix.
   En vous aidant de la calculatrice, déterminer à partir de quel entier n la probabilité qu'au moins un vélo présente un défaut soit supérieure ou égale à $0,999$.

EXERCICE 3 **5 points**

Une ville dispose de 380 véhicules et propose un système de location mensuelle de ces véhicules.

Au cours du mois de janvier 2026, 280 voitures ont été louées avec ce système de location.

Le responsable constate que chaque mois, 10% des contrats de locations du mois précédent prennent fin, et que 42 nouveaux contrats de location sont signés.

Le responsable de ce système souhaite étudier l'évolution du nombre de locations de véhicules par mois.

Pour cela il modélise le nombre de voitures louées chaque mois par une suite (u_n), où, pour tout entier naturel n, représente le nombre de voitures louées le n-ème mois après le mois de janvier 2026.

Ainsi $u_0 = 280$.

1. Déterminer u_1, c'est-à-dire le nombre de voitures qui ont été louées avec ce système de location au cours du mois de février 2026.
2. Justifier que la suite (u_n) vérifie, pour tout entier naturel n, la relation suivante : $u_{n+1} = 0,9u_n + 42$.
3. Montrer par récurrence que pour tout entier naturel n, on a : $0 \leq u_n \leq u_{n+1} \leq 420$.
4. La suite (u_n) est-elle convergente ? Justifier votre réponse.
5. Pour tout entier naturel n, on pose : $v_n = u_n - 420$.
   - **a.** Montrer que la suite (v_n) est géométrique. On précisera le premier terme v_0 et la raison.
   - **b.** Pour tout entier naturel n, exprimer v_n en fonction de n.
   - **c.** Montrer que pour tout entier naturel n : $u_n = -140 \times 0,9^n + 420$.
6. Déterminer la limite de la suite (u_n) puis interpréter le résultat dans le contexte de l'exercice.
7. La ville, qui possède initialement 380 véhicules, envisage d'acheter des véhicules supplémentaires pour répondre à la demande.

   Le responsable de la ville souhaite prévoir à partir de quelle date le nombre de voitures sera insuffisant.

   On souhaite, pour résoudre ce problème, utiliser le programme écrit en Python ci-dessous.

   Dans ce programme, la variable n désigne le nombre de mois écoulés depuis janvier 2026, et la variable u calcule le nombre de véhicules qui seront loués ce mois-là.

```
def v():
    n = 0
    u = 280
    while ................ :
        n = n + 1
        u = ................
    return n
```

a. Compléter ce programme.

b. Quelle valeur contient la variable n à la fin de l'exécution de ce programme ?

c. En déduire le mois durant lequel la ville devra augmenter son parc de véhicules si elle veut satisfaire la demande.

EXERCICE 4 — 5 points

On se place dans un cube $ABCDEFGH$.
On considère :

- le point I, milieu de $[EF]$,
- le point J tel que $\overrightarrow{BJ} = \dfrac{1}{4}\overrightarrow{BF}$,
- le point K tel que $\overrightarrow{CK} = \dfrac{1}{3}\overrightarrow{CG}$.

L'espace est muni du repère $(A; \overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AD}, \overrightarrow{AE})$.

1. Sur la figure donnée en annexe :

a. Construire M le point d'intersection des droites (IJ) et (AB).

b. De la même manière, construire un point N distinct de M appartenant aux plans (IJK) et (ABC).

c. Construire l'intersection des plans (IJK) et (ABC). Justifier votre construction.

Pour la suite, l'espace est muni du repère $(A; \overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AD}, \overrightarrow{AE})$.

2. On considère le système d'équations paramétriques représentant la droite (d) :

$$\left\{\begin{array}{l} x = t+1 \\ y = 1 \\ z = 1 \end{array}\right. \quad , \quad t \in \mathbb{R}.$$

En utilisant des sommets du cube pour la décrire, à quelle droite correspond ce système ?
Justifier votre réponse.

3. a. Déterminer les coordonnées des points I et J dans ce repère. Justifier.

b. Tracer, sur la figure en annexe, la droite (Δ) parallèle à (IJ) passant par K.

c. Déterminer la représentation paramétrique de la droite (Δ), de paramètre $k \in \mathbb{R}$.

4. a. Déterminer les coordonnées de L point d'intersection des droites (d) et (Δ).

b. Que peut-on dire du quadrilatère $IJKL$?

Annexe à rendre avec la copie