BAC BLANC - Janvier 2026

SPÉCIALITÉ MATHÉMATIQUES - SUJET 1

DURÉE DE L'ÉPREUVE : **4 heures**

L'utilisation d'une calculatrice en mode examen est autorisée.
L'utilisation d'une calculatrice sans mémoire "type collège" est autorisée.

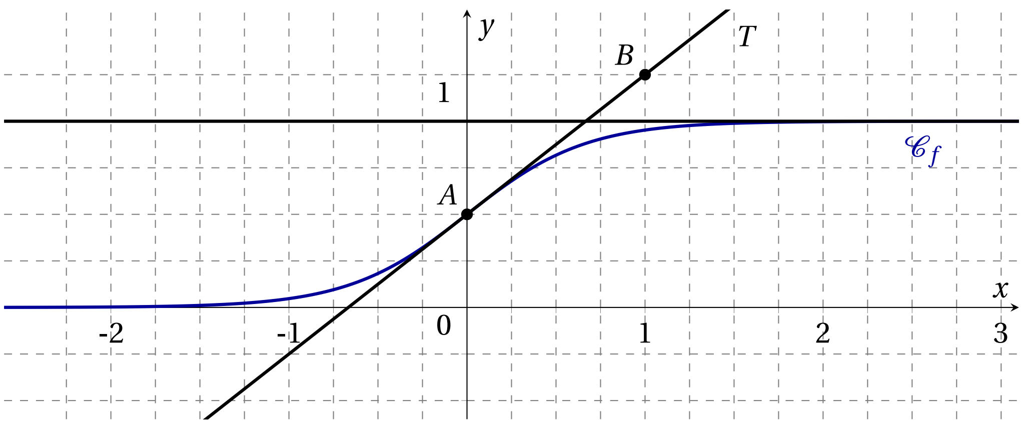
Le sujet est composé de 4 exercices indépendants.
Ce sujet comporte 4 pages numérotées de 1/4 à 4/4.

La qualité de la rédaction et la précision des raisonnements entreront pour une part importante dans l'appréciation des copies. Les candidates et les candidats sont invités à faire figurer sur leurs copies toute trace de recherche, même incomplète ou infructueuse.

SUJET A RENDRE AVEC LA COPIE

EXERCICE 1 **5 points**

On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par : $f(x) = \dfrac{1}{1+e^{-3x}}$.
On note C_f sa courbe représentative dans un repère orthogonal du plan.
On nomme A le point de coordonnées $\left(0; \dfrac{1}{2}\right)$ et B le point de coordonnées $\left(1; \dfrac{5}{4}\right)$.
On a tracé ci-dessous la courbe C_f et T la tangente à la courbe C_f au point d'abscisse 0.



Partie A

Dans cette partie, les résultats seront obtenus par lecture graphique. Aucune justification n'est demandée.

1. Déterminer l'équation réduite de la tangente T.
2. Donner les intervalles sur lesquels la fonction f semble convexe ou concave.

Partie B

1. On admet que la fonction f est dérivable sur $\mathbb{R}$. Déterminer l'expression de sa fonction dérivée f'.
2. Étudier les variations de la fonction f sur $\mathbb{R}$.

Partie C

1. Déterminer par le calcul une équation de la tangente T à la courbe C_f au point d'abscisse 0.

   On admet que la fonction f est deux fois dérivable sur $\mathbb{R}$. On note f'' la fonction dérivée seconde de la fonction f.
2. Montrer que f'' est définie sur $\mathbb{R}$ par : $f''(x) = \dfrac{9e^{-3x}\left(e^{-3x}-1\right)}{(1+e^{-3x})^3}$.
3. On admet que $e^{-3x} - 1 \geq 0 \iff x \leq 0$. Étudier le signe de la fonction f'' sur $\mathbb{R}$.
4. **a.** Indiquer, en justifiant, sur quel(s) intervalle(s) la fonction f est convexe.
   b. Que représente le point A pour la courbe C_f ? Justifier votre réponse.
   c. En déduire la position relative de la tangente T par rapport à la courbe C_f.

EXERCICE 2 — 5 points

Dans une école de statistique, après étude des dossiers des candidats, le recrutement se fait de deux façons :

- 10 % des candidats sont sélectionnés sur dossier. Ces candidats doivent ensuite passer un oral à l'issue duquel 60 % d'entre eux sont finalement admis à l'école.
- Les candidats n'ayant pas été sélectionnés sur dossier passent une épreuve écrite à l'issue de laquelle 20 % d'entre eux sont admis à l'école.

Partie A

On choisit au hasard un candidat à ce concours de recrutement. On notera :

- D l'évènement « le candidat a été sélectionné sur dossier » ;
- A l'évènement « le candidat a été admis à l'école » ;
- $\overline{D}$ et $\overline{A}$ les évènements contraires des évènements D et A respectivement.

1. Traduire la situation par un arbre pondéré.
2. Calculer la probabilité que le candidat soit sélectionné sur dossier et admis à l'école.
3. Montrer que la probabilité de l'évènement A est égale à $0,24$.
4. On choisit au hasard un candidat admis à l'école.
   Quelle est la probabilité que son dossier n'ait pas été sélectionné ?

Partie B

1. On admet que la probabilité pour un candidat d'être admis à l'école est égale à $0,24$.
   On considère un échantillon de sept candidats choisis au hasard, en assimilant ce choix à un tirage au sort avec remise. On désigne par X la variable aléatoire dénombrant les candidats admis à l'école parmi les sept tirés au sort.
   a. On admet que la variable aléatoire X suit une loi binomiale.
   Quels sont les paramètres de cette loi ?
   b. Calculer, en détaillant votre calcul, la probabilité qu'un seul des sept candidats tirés au sort soit admis à l'école.
   On donnera une réponse arrondie au centième.
   c. Calculer la probabilité qu'au moins deux des sept candidats tirés au sort soient admis à cette école.
   On donnera une réponse arrondie au centième.

2. Un lycée présente n candidats au recrutement dans cette école, où n est un entier naturel non nul.
On admet que la probabilité pour un candidat quelconque du lycée d'être admis à l'école est égale à $0,24$ et que les résultats des candidats sont indépendants les uns des autres.

  a. Donner l'expression, en fonction de n, de la probabilité qu'aucun candidat issu de ce lycée ne soit admis à l'école.

  b. À l'aide de la calculatrice, à partir de quelle valeur de l'entier n la probabilité qu'au moins un élève de ce lycée soit admis à l'école est-elle supérieure ou égale à $0,99$?

EXERCICE 3 **5 points**

En 2026, une influenceuse sur les réseaux sociaux compte 1 000 abonnés à son profil. On modélise le nombre d'abonnés ainsi : chaque année, elle perd 10 % de ses abonnés auxquels s'ajoutent 250 nouveaux abonnés.
Pour tout entier naturel n, on note u_n le nombre d'abonnés à son profil en l'année $(2026 + n)$, suivant cette modélisation. Ainsi $u_0 = 1\,000$.

1. Calculer u_1.

2. Justifier que pour tout entier naturel n, $u_{n+1} = 0,9u_n + 250$.

3. La fonction Python nommée « suite » est définie ci-dessous. Dans le contexte de l'exercice, interpréter la valeur renvoyée par suite(10).

```
def suite( n) :
    u = 1 000
    for i in range(n) :
        u = 0,9*u + 250
    return u
```

4. **a.** Montrer par récurrence que pour tout entier naturel n : $u_n \leqslant u_{n+1} \leqslant 2500$.

  b. En déduire que la suite (u_n) est convergente.

5. Soit (v_n) la suite définie par $v_n = u_n - 2\,500$ pour tout entier naturel n.

  a. Montrer que la suite (v_n) est une suite géométrique de raison $0,9$ et de terme initial $v_0 = -1\,500$.

  b. Pour tout entier naturel n, exprimer v_n en fonction de n et montrer que :

$$u_n = -1\,500 \times 0,9^n + 2\,500.$$

  c. Déterminer la limite de la suite (u_n) et interpréter dans le contexte de l'exercice.

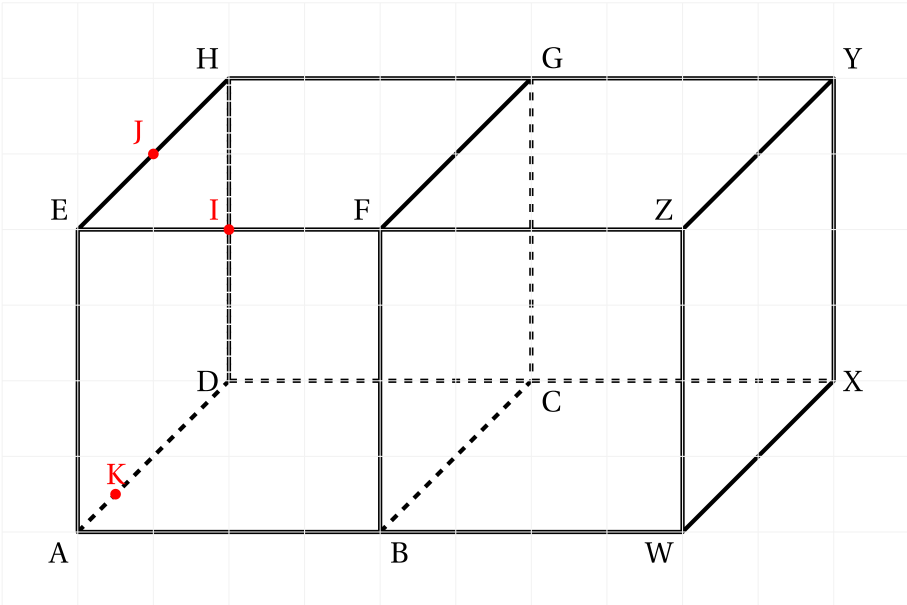
6. À l'aide de la calculatrice, déterminer à partir de quelle année le nombre d'abonnés dépassera 2 200.

EXERCICE 4 **5 points**

On considère deux cubes identiques d'arête de longueur 1, $ABCDEFGH$ et $BWXCFZYG$, qui ont la face $BCGF$ en commun, comme l'illustre la figure ci-dessous.
On note I le milieu du segment $[EF]$, J le milieu du segment $[EH]$ et K le point du segment $[AD]$ tel que

$$\overrightarrow{AK} = \frac{1}{4}\overrightarrow{AD}.$$

On munit l'espace du repère orthonormé $(A; \overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AD}, \overrightarrow{AE})$.



Partie A

1. Placer avec précision sur la figure les points $L\left(\frac{1}{2};\frac{1}{4};1\right)$, $M\left(1;\frac{1}{2};1\right)$, et $N(2;1;1)$ (en laissant apparaître vos construction).
2. Construire le point R tel que :
$$\overrightarrow{AR} = \frac{1}{4}\overrightarrow{BC} + \frac{1}{2}\overrightarrow{EF}$$

Partie B

1. Lire les coordonnées des points B, E, K, H, I et J.
2. **a.** Déterminer les coordonnées des vecteurs $\overrightarrow{EL}$ et $\overrightarrow{EN}$.
   b. En déduire que les points E, L et N sont alignés.
3. Montrer qu'une représentation paramétrique de la droite (IJ) est
$$\begin{cases} x = \frac{1}{2} - \frac{1}{2}t \\ y = \frac{1}{2}t \\ z = 1 \end{cases} \quad , \quad t \in \mathbb{R}$$
4. Déterminer la représentation paramétrique de la droite (MN) de paramètre $t' \in \mathbb{R}$.
5. Montrer que les droites (IJ) et (MN) sont sécantes en un point S dont on déterminera les coordonnées.