NOM :	**Prénom :**	**Classe :**
Appréciation :		**Note :**

EXERCICE 1 — 3 points

Effectuer les calculs ci-dessous :

1. $\left(\frac{5}{21}-\frac{38}{7}+\frac{30}{14}\right)\times\frac{42}{32}$;
2. $\frac{2^4\times5^3-8^2\times25}{5\times(2^2)^2+4^3\times5}$.

EXERCICE 2 — 6 points

Déterminer les dérivées des fonctions suivantes :

1. $f(x)=(5x^2+x-1)^7$;
2. $g(x)=\sqrt{-3x^2-9x+1}$;
3. $h(x)=e^{7x^3-5x+1}$;
4. $\zeta(t)=\frac{-3t^2+2t+1}{e^{2t-1}+2}$;
5. $\psi(z)=(3-2z)\sqrt{-z^2+4z+7}$

EXERCICE 3 — 4 points

Soit la suite (u_n) définie sur $\mathbb{N}$ par :

$$\begin{cases} u_0=14 \\ u_{n+1}=2u_n-5 \end{cases}$$

Montrer par récurrence que : $\forall n\in\mathbb{N},\ u_n=9\times2^n+5$.

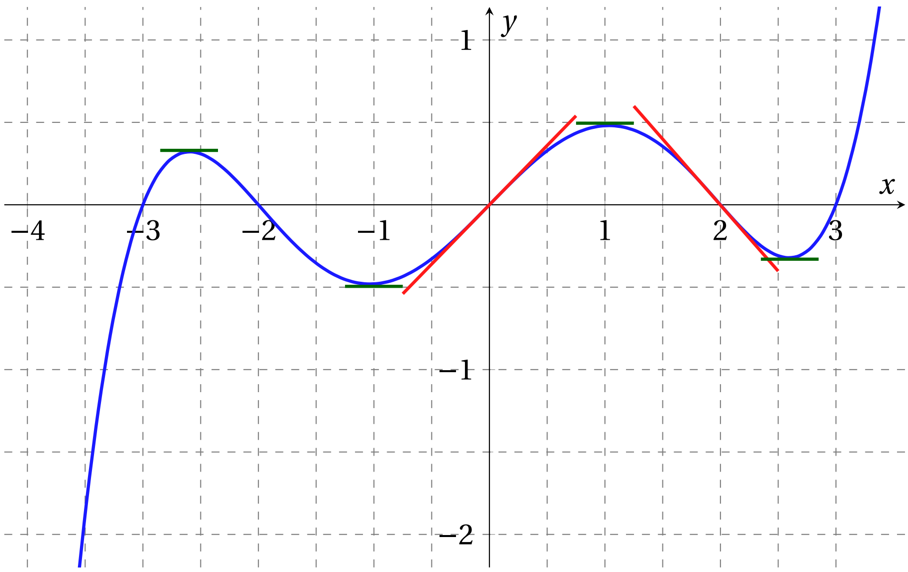
EXERCICE 4 — 6 points

On considère la fonction f définie sur $I=\mathbb{R}\setminus\{1\}$ par : $f(x)=\frac{e^x}{x-1}$.
On admet que la fonction f est dérivable sur l'intervalle I.
On appelle C_f sa courbe représentative dans un repère.

1. Déterminer le signe de la fonction f sur I.
2. a. Montrer que la fonction dérivée $f'(x)=\frac{e^x(x-2)}{(x-1)^2}$ sur I.
   b. Dresser, en justifiant, le tableau de variations de la fonction f sur I.
3. a. Montrer que pour tout réel x de I, on a : $f''(x)=\frac{(x^2-4x+5)e^x}{(x-1)^3}$.
   b. Étudier la convexité de la fonction f sur I.
   c. Déterminer l'équation de la tangente T_0 à la courbe C_f au point d'abscisse 0.
   d. En déduire que, pour tout réel x de $]-\infty\,;\,1[$, on a : $e^x>(-2x-1)(x-1)$.

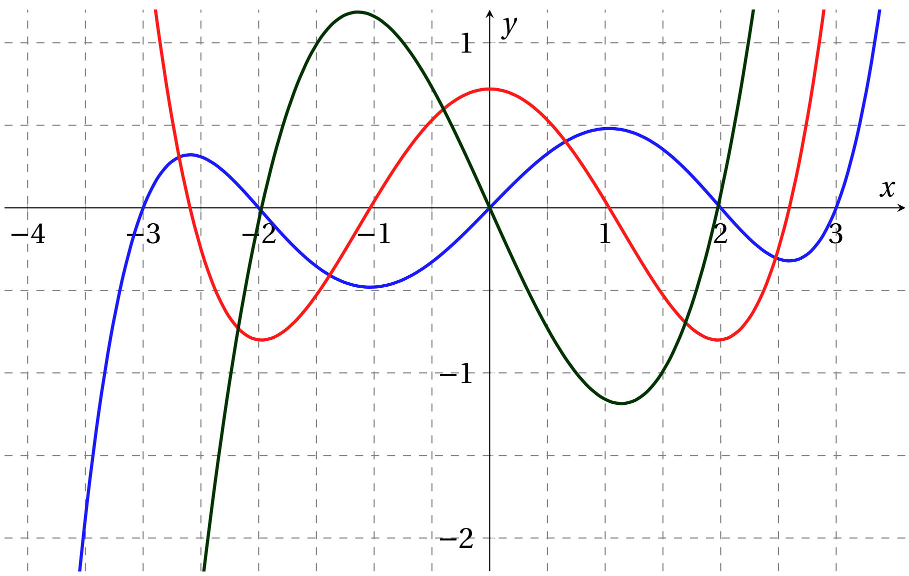
EXERCICE 5 **6 points**

Ci-dessous, la représentation graphique C_g d'une fonction g définie et deux fois dérivable sur $\mathbb{R}$.



Avec la précision permise du graphique, en justifiant répondre aux questions suivantes :

1. La tangente à la courbe C_g au point $(2;0)$ passe par le point de coordonnées $(0;1,6)$. Déterminer $g'(2)$.
2. La tangente à la courbe C_g au point $(-2;0)$ a pour équation $y = -\frac{4}{5}x - \frac{8}{5}$.
   a. Tracer la tangente à la courbe C_g au point $(-2;0)$.
   Ce point est-il un point d'inflexion de la courbe C_g ?
   b. Déterminer $g'(-1)$.
3. Déterminer $g'(0)$ et $g''(0)$.
4. Déterminer dans chacun des cas, lequel des trois symboles $<, =$ ou $>$ est approprié :
   a. $g'(1)\dots 0$; **b.** $g'(-3)\dots g'(-1)$; **c.** $g''\left(-\frac{7}{2}\right)\dots g''\left(\frac{5}{2}\right)$; **d.** $g''(3)\dots 0$.
5. Une des trois courbes ci-dessous est la courbe représentative de la dérivée g' et une autre celle de la dérivée seconde g''. Déterminer les. Vous les noterez respectivement C' et C''.



EXERCICE BONUS **2 points**

Montrer que : $\forall n \in \mathbb{N}$, $3^{2n} + 2^{6n-5}$ est multiple de 11.