CHERCHER LES ERREURS !

EXERCICE 1 **2 points**

1. **Développement de $A(x)$:**
   $A(x) = 4x^3 - x(1-2x)^2$
   On développe d'abord $(1-2x)^2 = 1 - 4x + 4x^2$
   Donc $A(x) = 4x^3 - x(1-4x+4x^2)$
   $A(x) = 4x^3 - x + 4x^2 - 4x^3$
   $A(x) = -x + 4x^2$
   Réponse : $\boxed{A(x) = 4x^2 - x}$
2. **Factorisation de $B(x)$:**
   $B(x) = (-5+8x^2)^2 - (8x^2-4)^2$
   On reconnaît une identité remarquable : $a^2 - b^2 = (a-b)(a+b)$
   Avec $a = -5 + 8x^2$ et $b = 8x^2 - 4$
   $a - b = (-5+8x^2) - (8x^2-4) = -5 + 8x^2 - 8x^2 + 4 = -1$
   $a + b = (-5+8x^2) + (8x^2-4) = -5 + 8x^2 + 8x^2 - 4 = 16x^2 - 9$
   Donc $B(x) = (-1)(16x^2-9) = -16x^2 + 9$
   On peut aussi factoriser : $B(x) = 9 - 16x^2 = (3-4x)(3+4x)$
   Réponse : $\boxed{B(x) = (3-4x)(3+4x)}$
3. **Calcul de C :**
   $C = \dfrac{12 - 12 \times \dfrac{2}{3}}{\dfrac{9}{7} - \dfrac{9}{7} \div \dfrac{9}{2}}$
   Numérateur : $12 - 12 \times \dfrac{2}{3} = 12 - 8 = 4$
   Dénominateur : $\dfrac{9}{7} - \dfrac{9}{7} \div \dfrac{9}{2} = \dfrac{9}{7} - \dfrac{9}{7} \times \dfrac{2}{9} = \dfrac{9}{7} - \dfrac{2}{7} = \dfrac{7}{7} = 1$
   Donc $C = \dfrac{4}{1} = 4$
   Réponse : $\boxed{4}$
4. **Calcul de D :**
   $D = \dfrac{25}{49} \times \dfrac{39}{100} \times \dfrac{77}{26} \times \dfrac{32}{33} \times \dfrac{21}{28}$
   On simplifie fraction par fraction :
   $\dfrac{25}{49} \times \dfrac{39}{100} = \dfrac{25 \times 39}{49 \times 100} = \dfrac{39}{49 \times 4} = \dfrac{39}{196}$
   $\dfrac{39}{196} \times \dfrac{77}{26} = \dfrac{39 \times 77}{196 \times 26} = \dfrac{3 \times 77}{196 \times 2} = \dfrac{231}{392}$
   $\dfrac{231}{392} \times \dfrac{32}{33} = \dfrac{231 \times 32}{392 \times 33} = \dfrac{7 \times 32}{392} = \dfrac{224}{392} = \dfrac{4}{7}$
   $\dfrac{4}{7} \times \dfrac{21}{28} = \dfrac{4 \times 21}{7 \times 28} = \dfrac{84}{196} = \dfrac{3}{7}$
   Réponse : $\boxed{\dfrac{3}{7}}$

EXERCICE 2 **1 point**

Pour chacune des fonctions ci-dessous, déterminer si c'est une fonction polynomiale de degré 2 :

1. $g(x) = 4x^3 - x(1-2x)^2$
   D'après l'exercice 1, $g(x) = 4x^2 - x$
   C'est un polynôme de degré 2.
   Réponse : $\boxed{\textbf{Oui}}$
2. $h(x) = \pi + x^2 + \dfrac{x}{7}$
   $h(x) = x^2 + \dfrac{1}{7}x + \pi$
   C'est un polynôme de degré 2.
   Réponse : $\boxed{\textbf{Oui}}$

EXERCICE 3 — **1,5 point**

Soit f une fonction polynomiale du second degré telle que $f(x) = 3x^2 - 18x - 21$

1. Vérification des racines :
   $f(-1) = 3(-1)^2 - 18(-1) - 21 = 3 + 18 - 21 = 0$
   $f(7) = 3(7)^2 - 18(7) - 21 = 147 - 126 - 21 = 0$
   Réponse : $\boxed{-1 \textbf{ et } 7 \textbf{ sont bien racines}}$
2. Forme factorisée :
   $f(x) = a(x - x_1)(x - x_2)$ avec $x_1 = -1$ et $x_2 = 7$
   $f(x) = a(x+1)(x-7)$
   Le coefficient dominant est 3, donc $a = 3$
   Réponse : $\boxed{f(x) = 3(x+1)(x-7)}$

EXERCICE 4 — **2 points**

Soit h une fonction polynomiale du second degré telle que $h(-5) = h(4) = 0$ et $h(7) = 18$.

- Forme factorisée :
  $h(x) = a(x+5)(x-4)$ (car -5 et 4 sont racines)
  On utilise $h(7) = 18$ pour trouver a :
  $h(7) = a(7+5)(7-4) = a \times 12 \times 3 = 36a = 18$
  Donc $a = \dfrac{18}{36} = \dfrac{1}{2}$
  Réponse : $\boxed{h(x) = \dfrac{1}{2}(x+5)(x-4)}$

EXERCICE 5 — **4 points**

Soit ζ une fonction polynomiale du second degré telle que $\zeta(t) = 7t^2 - 26t - 8$ et $\zeta(0) = -8$.

1. Vérification de la racine :
   $\zeta\left(-\dfrac{2}{7}\right) = 7\left(-\dfrac{2}{7}\right)^2 - 26\left(-\dfrac{2}{7}\right) - 8$
   $= 7 \times \dfrac{4}{49} + \dfrac{52}{7} - 8 = \dfrac{4}{7} + \dfrac{52}{7} - \dfrac{56}{7} = \dfrac{0}{7} = 0$
   Réponse : $\boxed{-\dfrac{2}{7} \textbf{ est bien racine}}$

2. Somme et produit des racines :
Pour $at^2 + bt + c = 7t^2 - 26t - 8$, on a :
$S = \dfrac{-b}{a} = \dfrac{26}{7}$, $P = \dfrac{c}{a} = \dfrac{-8}{7}$

Réponse : $\boxed{S = \dfrac{26}{7}, \quad P = -\dfrac{8}{7}}$

3. Deuxième racine :
Soit $r_1 = -\dfrac{2}{7}$ et r_2 la deuxième racine.
$S = r_1 + r_2 = \dfrac{26}{7}$ donc $r_2 = \dfrac{26}{7} + \dfrac{2}{7} = \dfrac{28}{7} = 4$
Vérification : $P = r_1 \times r_2 = -\dfrac{2}{7} \times 4 = -\dfrac{8}{7}$

Réponse : $\boxed{4}$

4. Forme factorisée :
$\zeta(t) = 7\left(t + \dfrac{2}{7}\right)(t-4)$ ou $(7t+2)(t-4)$

Réponse : $\boxed{\zeta(t) = (7t+2)(t-4)}$

5. Tableau de signes :
Racines : $t = -\dfrac{2}{7}$ et $t = 4$
Coefficient dominant : $7 > 0$

t	$-\infty$		$-\frac{2}{7}$		4		$+\infty$
$\zeta(t)$	$+$	$+$	0	$-$	0	$+$	$+$

6. Résolution de l'inéquation :
$(7t+2)(t-4) \geq 0$
D'après le tableau de signes précédent :
$\zeta(t) \geq 0$ quand $t \in \left]-\infty, -\dfrac{2}{7}\right] \cup [4, +\infty[$

Réponse : $\boxed{\left]-\infty, -\dfrac{2}{7}\right] \cup [4, +\infty[}$

Exercice 6 **3 points**

1. Conversion en radians :
   $225° = 225 \times \dfrac{\pi}{180} = \dfrac{5\pi}{4}$ rad
   $12° = 12 \times \dfrac{\pi}{180} = \dfrac{\pi}{15}$ rad
   $80° = 80 \times \dfrac{\pi}{180} = \dfrac{4\pi}{9}$ rad
   Réponse : $\boxed{\dfrac{5\pi}{4}, \quad \dfrac{\pi}{15}, \quad \dfrac{4\pi}{9}}$
2. Conversion en degrés :
   $\dfrac{7\pi}{18} = \dfrac{7\pi}{18} \times \dfrac{180}{\pi} = 70°$
   $\dfrac{13\pi}{10} = \dfrac{13\pi}{10} \times \dfrac{180}{\pi} = 234°$
   $\dfrac{11\pi}{4} = \dfrac{11\pi}{4} \times \dfrac{180}{\pi} = 495°$
   Réponse : $\boxed{70°, \quad 234°, \quad 495°}$

Exercice 7 **2 points**

Déterminer la mesure principale des angles suivants :

- $\dfrac{1500\pi}{15} = 100\pi = 50 \times 2\pi$ donc mesure principale : $\boxed{0}$
- $\dfrac{87\pi}{20} = \dfrac{80\pi}{20} + \dfrac{7\pi}{20} = 4\pi + \dfrac{7\pi}{20}$
  $4\pi = 2 \times 2\pi$ donc mesure principale : $\boxed{\dfrac{7\pi}{20}}$
- $-\dfrac{50\pi}{7} = -\dfrac{49\pi}{7} - \dfrac{\pi}{7} = -7\pi - \dfrac{\pi}{7}$
  $-7\pi = -3 \times 2\pi - \pi$ donc $-\dfrac{50\pi}{7} = -3 \times 2\pi - \pi - \dfrac{\pi}{7}$
  Mesure principale : $2\pi - \pi - \dfrac{\pi}{7} = \pi - \dfrac{\pi}{7} = \boxed{\dfrac{6\pi}{7}}$
- $\dfrac{29\pi}{4} = \dfrac{28\pi}{4} + \dfrac{\pi}{4} = 7\pi + \dfrac{\pi}{4}$
  $7\pi = 3 \times 2\pi + \pi$ donc mesure principale : $\boxed{\pi + \dfrac{\pi}{4} = \dfrac{5\pi}{4}}$

Exercice 8 **2,5 points**

1. **Placement des points :**
   Calcul des mesures principales :
   - $A = -\dfrac{4\pi}{3} = -\pi - \dfrac{\pi}{3}$ mesure principale : $\dfrac{2\pi}{3}$ (cadran II)
   - $E = \dfrac{33\pi}{18} = \dfrac{11\pi}{6}$ mesure principale : $\dfrac{11\pi}{6}$ (cadran IV)
   - $H = \dfrac{\pi}{6}$ (cadran I)

- $I = \dfrac{9\pi}{4} = 2\pi + \dfrac{\pi}{4}$ mesure principale : $\dfrac{\pi}{4}$ (cadran I)
- $P_1 = \dfrac{5\pi}{12}$ (cadran I)
- $P_2 = \dfrac{10\pi}{15} = \dfrac{2\pi}{3}$ (cadran II)
- $Q = \pi + \dfrac{\pi}{4} = \dfrac{5\pi}{4}$ (cadran III)
- $R = 2025\pi = 1012 \times 2\pi + \pi$ mesure principale : π (sur l'axe Ox négatif)
- $U = -\dfrac{9\pi}{2} = -4\pi - \dfrac{\pi}{2}$ mesure principale : $\dfrac{3\pi}{2}$ (sur l'axe Oy négatif)

2. **Mathématicien célèbre :**
   En parcourant dans le sens trigonométrique : A, E, H, I, P, P, Q, R, U
   Correspond aux lettres : A, E, H, I, P, P, Q, R, U
   Qui forment le nom : $\boxed{\text{APPPQERU}}$ (à réarranger)

   Le célèbre mathématicien est $\boxed{\text{ERATOSTHÈNE}}$

EXERCICE 9 **2 points**

Dans chacun des cas suivants, déterminer si x et y sont des mesures d'un même angle orienté.

1. $x = -\dfrac{\pi}{3}$; $y = \dfrac{29\pi}{3}$
   $y - x = \dfrac{29\pi}{3} + \dfrac{\pi}{3} = \dfrac{30\pi}{3} = 10\pi = 5 \times 2\pi$
   La différence est un multiple de 2π.
   Réponse : $\boxed{\textbf{Oui}}$
2. $x = \dfrac{16\pi}{7}$; $y = -\dfrac{19\pi}{7}$
   $x - y = \dfrac{16\pi}{7} + \dfrac{19\pi}{7} = \dfrac{35\pi}{7} = 5\pi = 2 \times 2\pi + \pi$
   La différence n'est pas un multiple de 2π.
   Réponse : $\boxed{\textbf{Non}}$