

Chapitre 1. Arithmétique. Exercices

Boulangier Yann

1 septembre 2025

Table des matières

1	Diviseurs et multiples d'un nombre entier	2
1.1	La division euclidienne	2
1.1.1	Exercice 1	2
1.1.2	Exercice 2	2
1.1.3	Exercice 3	2
1.1.4	Exercice 4	2
1.1.5	Exercice 5	2
1.2	Diviseurs et multiples	3
1.2.1	Exercice 6	3
1.2.2	Exercice 7	3
1.2.3	Exercice 8	3
1.3	Les critères de divisibilité	3
1.3.1	Exercice 9	3
2	Décomposition des nombres entiers en produit de nombres premiers	4
2.1	Les nombres premiers	4
2.1.1	Exercice 10	4
2.1.2	Exercice 11	4
2.1.3	Exercice 12	4
2.2	Décomposition en facteurs premiers	4
2.2.1	Exercice 13	4
2.2.2	Exercice 14	4
2.2.3	Exercice 15	4
3	Applications	5
3.1	Fractions irréductibles	5
3.1.1	Exercice 16	5
3.1.2	Exercice 17	5
3.2	Recherche des diviseurs d'un nombre	5
3.2.1	Exercice 19	5
3.2.2	Exercice 20	6
3.2.3	Exercice 21	6
3.3	Exercice 22	6

1 Diviseurs et multiples d'un nombre entier

1.1 La division euclidienne

1.1.1 Exercice 1

Le célèbre pirate Edward Teach dit « Barbe-noire », pille, en 1718, un navire chargé d'or.

Il dit à ses 300 hommes :

« Comptez ces pièces d'or.

Partagez-les de façon à ce que chacun en ait le même nombre et donnez-moi le reste ! »

Le décompte montre que le butin s'élève à 6850 pièces d'or.

1.1.2 Exercice 2

Le quotient d'une division euclidienne est 24 et son diviseur est 9.

- a) Quels sont tous les restes possibles ?
- b) En déduire tous les dividendes possibles de cette division

1.1.3 Exercice 3

Trouver le quotient et le reste de la division euclidienne de :

- a) 45 par 7
- b) 52 par 8
- c) 76 par 12
- d) 100 par 4

1.1.4 Exercice 4

Dans chaque cas, poser et effectuer la division euclidienne de :

- a) 845 par 23
- b) 662 par 41
- c) 336 par 19

Que peut-on dire de ce partage ?

1.1.5 Exercice 5

Le quotient d'une division euclidienne est 14, son reste est 3 et son diviseur est 7. Quel est le dividende ?

1.2 Diviseurs et multiples

1.2.1 Exercice 6

- Écrire trois phrases en utilisant les nombres 255 et 51 (sachant que $255 = 5 \times 51$) avec les mots « diviseur », « multiple » et « divise ».
- Vrai ou Faux ? Coche la bonne réponse :

36 est un multiple de 6.	<input type="checkbox"/> VRAI	<input type="checkbox"/> FAUX
6 est un diviseur de 49.	<input type="checkbox"/> VRAI	<input type="checkbox"/> FAUX
12 est un multiple de 24.	<input type="checkbox"/> VRAI	<input type="checkbox"/> FAUX
184 est divisible par 2.	<input type="checkbox"/> VRAI	<input type="checkbox"/> FAUX
250 est divisible par 5.	<input type="checkbox"/> VRAI	<input type="checkbox"/> FAUX
252 est divisible par 9.	<input type="checkbox"/> VRAI	<input type="checkbox"/> FAUX

1.2.2 Exercice 7

Déterminer tous les **diviseurs** des nombres suivants :

- 128 :
- 56 :
- 78 :

1.2.3 Exercice 8

- Une plaque identique rectangulaire de dimensions 280 cm et 315 cm doit être découpée en carrés identiques, sans perte.
 Quelle est la dimension maximale possible des carrés ?
 Diviseurs de 280 :
 Diviseurs de 315 :
 Le plus grand diviseur commun est Les carrés seront donc de taille ...**cm sur ...cm**.
- Si on vend chaque carré ainsi découpé à 0,30 € la pièce, combien gagnera-t-on d'argent en tout ?

1.3 Les critères de divisibilité

1.3.1 Exercice 9

Compléter le tableau ci-dessous.

Divisible par...	Diviseurs					
	2	3	4	5	9	10
5 912						
34 200						
54 208						
317						
708						
	non	oui	non	non	non	non
	oui	oui	non	non	oui	non
	oui	oui	oui	oui	oui	oui
	non	non	non	non	non	non

2 Décomposition des nombres entiers en produit de nombres premiers

2.1 Les nombres premiers

2.1.1 Exercice 10

Appliquer les critères de divisibilité pour expliquer pourquoi chaque nombre n'est pas premier.

1. 145
2. 381
3. 372
4. 156
5. 240
6. 175

2.1.2 Exercice 11

Parmi les nombres suivants, lesquels sont premiers ?

27 37 57 87 59 69 79 89

2.1.3 Exercice 12

Trouver tous les nombres premiers compris entre 80 et 90

2.2 Décomposition en facteurs premiers

2.2.1 Exercice 13

Julien a écrit « $180 = 15 \times 12$ est la décomposition en produit de facteurs premiers de 180 ». A-t-il raison ? Si non, donner la bonne décomposition.

2.2.2 Exercice 14

Décomposer chaque nombre en produit de facteurs premiers :

1. 56
2. 42
3. 93
4. 110
5. 550
6. 320
7. 425
8. 1000

2.2.3 Exercice 15

1. Effectuer la décomposition en produit de facteurs premiers de 420 et de 330.
2. Quel est le plus grand diviseur commun de ces deux nombres ?

3 Applications

3.1 Fractions irréductibles

1. Décomposer chaque nombre en produit de facteurs premiers :

- (a) 68
- (b) 96
- (c) 180

2. Rendre irréductible chaque fraction :

- (a) $\frac{96}{68}$
- (b) $\frac{180}{96}$
- (c) $\frac{68}{180}$

3.1.1 Exercice 16

Rendre irréductible chaque fraction en décomposant le numérateur et le dénominateur en produit de facteurs premiers :

- 1. $\frac{48}{75}$
- 2. $\frac{126}{180}$
- 3. $\frac{360}{252}$
- 4. $\frac{220}{100}$

3.1.2 Exercice 17

Le grand livre de Merlin est ouvert à la double page de la recette de la potion magique pour être fort en maths.

Les numéros de ces deux pages sont composés chacun de trois chiffres différents.

Le produit de ces six chiffres est égal à 2400.

Quel est le numéro de la première page de la recette ?

3.2 Recherche des diviseurs d'un nombre

3.2.1 Exercice 19

Un confiseur dispose de 126 bonbons au citron et de 98 bonbons à l'orange. Il souhaite faire plusieurs paquets identiques contenant chacun le même nombre de bonbons de chaque sorte.

Il veut aussi utiliser tous les bonbons.

- 1. (a) Le confiseur peut-il composer exactement 9 paquets de ce type ? Pourquoi ?
(b) Que doit vérifier le nombre de paquets ?
- 2. Quels sont les diviseurs communs à 126 et 98 ?
- 3. Indiquer toutes les possibilités en précisant pour chacune d'elles le nombre de paquets et leur composition.

3.2.2 Exercice 20

Olivia avait un paquet de 320 bonbons et un paquet de 280 chewing-gums qu'elle a partagés équitablement avec un groupe de personnes.

Il lui reste alors 5 bonbons et 10 chewing-gums.

1. On souhaite retrouver le nombre de personnes de ce groupe.
Le nombre recherché est un diviseur de deux nombres, lesquels ?
2. Calculer maintenant le nombre maximal de personnes du groupe.
3. Combien de bonbons et de chewing-gums chaque personne aura-t-elle ?

3.2.3 Exercice 21

1. Calcule le diviseur le plus grand commun à 480 et 560.
2. Un artisan souhaite recouvrir une terrasse rectangulaire de 4,8 m de large et de 5,6 m de long à l'aide de dalles carrées identiques sans faire de découpe.
Quelle mesure maximale du côté de chaque dalle doit-il choisir ?
3. Combien de dalles doit-il acheter ?

3.3 Exercice 22

Une entreprise doit commander des boîtes en carton qui contiendront des pâtes de fruits.

Le cahier des charges est le suivant :

- Chaque boîte contient 36 pâtes de fruits.
- Les pâtes de fruits ont la forme de cubes d'arête 2 cm.
- Les boîtes ont la forme d'un pavé droit.
- 20 000 pâtes de fruits sont à ranger.
- L'entreprise cherche à commander le moins de carton possible.
- Le coût du carton est de 15,50 € le m².

Quel sera le coût de cette commande ?

Fin de chapitre