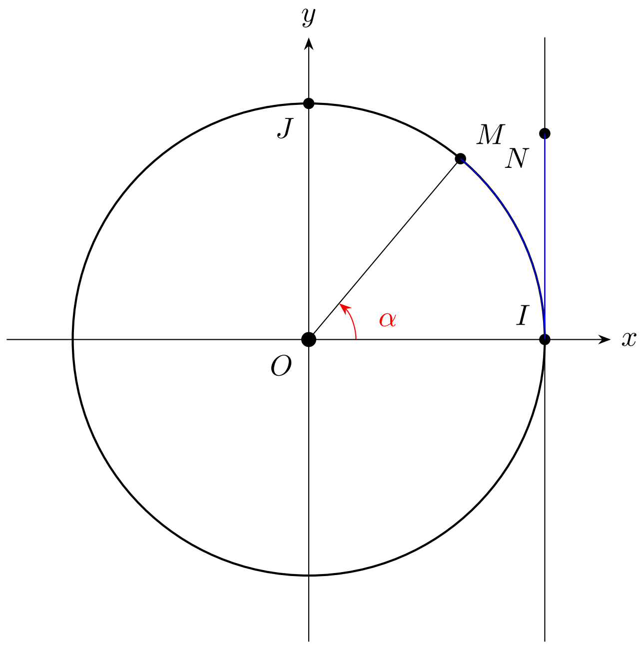
Chapitre 2. Cercle Trigonométrique

Boulanger Yann

8 septembre 2025

Table des matières

1 Cercle trigonométrique et radian



Définition
Soit $(O; \vec{i}; \vec{j})$ un repère orthonormal du plan.
On appelle **cercle trigonométrique** tout cercle dont le rayon est égal à l'unité de longueur, de centre l'origine O du repère et orienté par un sens de parcours appelé sens direct.

Définition
Dans un repère orthonormal $(O; \vec{OI}; \vec{OJ})$, on considère le cercle trigonométrique de centre O et la droite D tangente en I à la droite (OI). On considère sur cette droite un repère $(I; \vec{IK})$ tel que $IK = 1$.
À tout nombre réel x on fait correspondre le point N d'abscisse x dans le repère $(I; \vec{IK})$ de D.
Par enroulement de la droite D autour du cercle C, on obtient un point M unique du cercle trigonométrique tel que la distance à zéro de x soit égale à la longueur de l'arc $\overset{\frown}{IM}$.
On dit qu'une mesure en radian de l'angle $\widehat{IOM}$ est le nombre $|x|$.

Propriété
La mesure d'un angle en radian est proportionnelle à la mesure du même angle en degrés.

Remarques

— Un radian correspond à la mesure de l'angle au centre d'un cercle trigonométrique intercepté par un arc de longueur d'une unité de longueur ;

— Un angle plat mesure 180° en degrés ou π en radians.

Exemple
[Convertir des radians en degré et réciproquement]

— $\dfrac{\pi}{3}$ rad $= 60°$;

— 3 rad $= \dfrac{3}{\pi} \times 180° \approx 171°$;

— $135° = \dfrac{135}{180}\pi$ rad $= \dfrac{27}{36}\pi$ rad $= \dfrac{3\pi}{4}$ rad.

1.1 Le radian : unité de mesure d'angle

Définition
Soit C un cercle de centre O et de rayon 1.
Un radian est la mesure d'un angle au centre qui intercepte un arc de longueur 1 du cercle.
La mesure en radians d'un angle au centre est donc la longueur de larc que langle intercepte sur le cercle C.

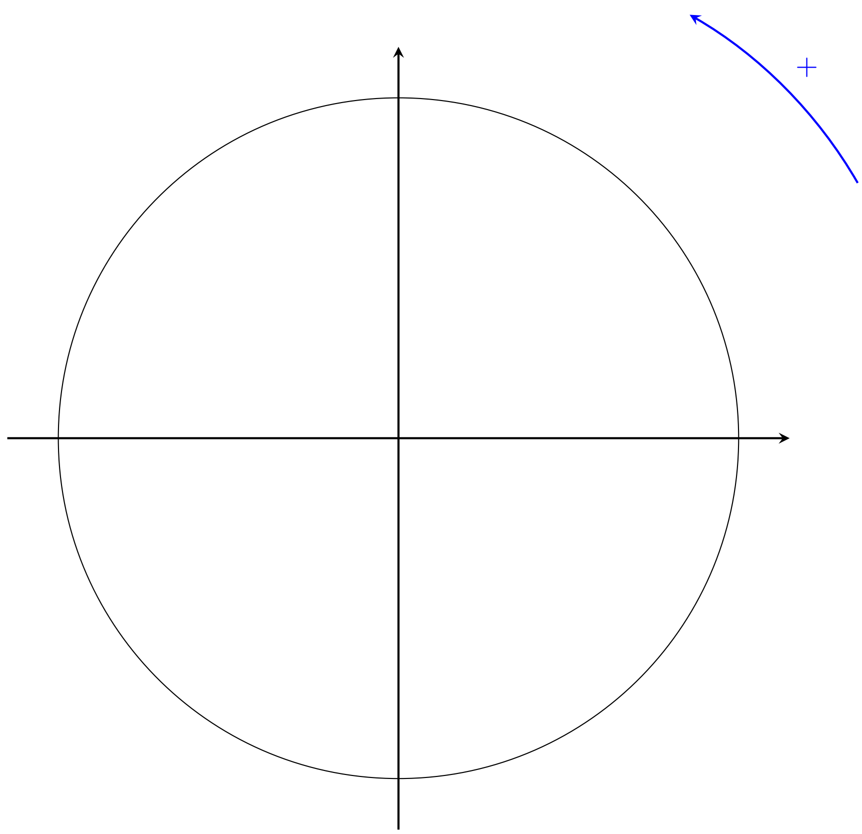
Propriété
La mesure d'un angle en radians est proportionnelle à sa mesure en degrés.

Tableau de proportionnalité :

Mesure de l'angle en degré	$360°$	$180°$	$90°$	$60°$	$45°$	$30°$	$\dots$	$\theta°$
Mesure de l'angle en radian	2π	π	$\frac{\pi}{2}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{6}$	$\dots$	$\theta \times \frac{\pi}{180}$

1.2 Le cercle trigonométrique

On oriente les cercles du plan en choisissant un sens positif (ou direct) :
le sens positif est le sens contraire des aiguilles dune montre.



Définition
Un cercle trigonométrique est un cercle dont le rayon est égal à 1 et qui est orienté dans le sens direct (on dit aussi le sens positif).
La longueur du cercle trigonométrique est 2π.
La longueur du quart de cercle trigonométrique est $\frac{\pi}{2}$.

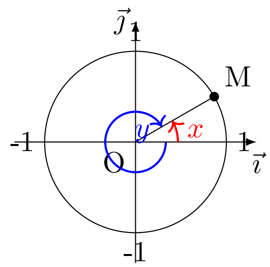
Propriété

Un même angle α peut avoir plusieurs mesures.
Si un angle α, repéré par le point M sur le cercle trigonométrique, a comme mesures x et y, alors on a la relation suivante :

$$y = x + k \cdot 2\pi \quad \text{ou plus simplement} \quad y \equiv x \quad [2\pi]$$

y égal x modulo 2π.

Exemple : Soit deux mesures sur le cercle trigonométrique d'un même angle :



Sur la figure ci-contre on a tracé deux mesures dun même angle repéré par un point M.

Par exemple $x = \dfrac{\pi}{6}$ et $y = -\dfrac{11\pi}{6}$.

En effet :

$$\frac{\pi}{6} - \left(-\frac{11\pi}{6}\right) = \frac{(1+11)\pi}{6} = 2\pi$$

Définition 4 :
On appelle mesure principale dun angle α, la mesure x qui se trouve dans lintervalle $]-\pi;\pi]$.

Exemple

Trouver la mesure principale des angles dont les mesures sont : $\dfrac{17\pi}{4}$ et $-\dfrac{31\pi}{6}$

Fin de Chapitre