

La Rentrée en première Spécialités Mathématiques. Exercices

Boulanger Yann

3 septembre 2025

Table des matières

1 Calcul numérique	2
1.1 Exercice 1 : Fractions, puissances	2
1.2 Exercice 2 : Racines, valeurs absolues	2
2 Calcul littéral	3
2.1 Exercice 3 : Calcul littéral	3
2.2 Exercice 4 : Équations	3
2.3 Exercice 5 : Inéquations	3
2.4 Exercice 6 : Système	3
3 Fonctions	4
3.1 Exercice 7 Fonctions : Ensembles de définition	4
3.2 Exercice 8 Pourcentages	4
3.3 Exercice 9 : Fonction de référence	4
3.4 Exercice 10 : Équations de droites	4
4 Vecteurs	5
4.1 Exercice 12 : Constructions	5
4.2 Exercice 13 : Constructions avec paramètre	5
5 Géométrie dans un repère	6
5.1 Exercice 14 : Géométrie repérée	6
5.2 Exercice 14 : Droites dans un repère	6
6 Autres	6
6.1 Exercice 16 : Raisonnement, Logique	6
7 Probabilité	7
7.1 Exercice 15 : Probabilités	7
8 Algorithmique	7
8.1 Exercice 17 : Conditionnelle	7
8.2 Exercice 18 : Boucle	7

Les exercices qui suivent font appel à des notions essentielles du collège et du cours de 2nde qu'il est important de très bien maîtriser en entrant en 1ère. Il est conseillé de reprendre le cours avant de les traiter.

1 Calcul numérique

1.1 Exercice 1 : Fractions, puissances

Calculer et donner le résultat sous forme d'un entier ou d'une fraction irréductible :

$$A = \frac{2}{5} + \frac{8}{5} \times \frac{17}{12} \quad B = \frac{5}{4} \times \frac{4}{3} \quad C = \frac{4}{3} \quad D = \frac{1 + \frac{1}{3}}{2}$$

$$E = \frac{51}{-26} \times \frac{-49}{15} \times \frac{65}{119} \quad F = \left(\frac{1}{6} - \frac{2}{3} \right)^2 + \frac{5}{8} - \frac{8}{3} \quad G = -2^3 \quad H = 2^{-3}$$

$$I = \frac{21 \times 10^{-13}}{3 \times 10^{-14}} \quad J = \left(-\frac{3}{2} \right)^2 + \left(\frac{4}{3} \right)^{-1} \quad K = \frac{(-5)^4 \times 7^2 \times (-2)^{-3}}{(-4)^4 \times (-1)^5 \times 25} \quad L = \left(\frac{4^{-2} \times 8^4}{90^7 \times 30^{-2}} \right)^3$$

1.2 Exercice 2 : Racines, valeurs absolues

1. Calculer :

$$A = \sqrt{10^{-20}} \quad B = \sqrt{50} + \sqrt{18} + \sqrt{8} \quad C = \sqrt{50} \times \sqrt{18} \times \sqrt{8} \quad D = (3\sqrt{2} - 2)(2 + \sqrt{2})$$

$$E = \sqrt{25 + 2^2 \times 5} - \sqrt{10^2 + 25} \quad F = |17 - 25| \quad G = |12 - 7\sqrt{3}| \quad H = |-3 + \pi|$$

2. Supprimer les radicaux au dénominateur et simplifier.

$$A = \frac{5\sqrt{3}}{2\sqrt{2} - 1} \quad B = \frac{3 + 4\sqrt{3}}{3 + 2\sqrt{3}} \quad C = \frac{2\sqrt{3} + 1}{2\sqrt{3} - 1} + \frac{2\sqrt{3} - 1}{2\sqrt{3} + 1}$$

3. Indiquer à quel ensemble appartient x et illustrer graphiquement

- (a) $|x - 3| \leq 5$
- (b) $|2 - x| \leq 7$
- (c) $|x - 3| \geq 4$
- (d) $|2 - x| \geq 5$

4. Traduire à l'aide d'une valeur absolue

- (a) $x \in [3; 7]$
- (b) $x \in [-2; 8]$
- (c) $x \in [-\infty; -4] \cup [4; +\infty[$
- (d) $x \in [-\infty; 2] \cup [10; +\infty[$
- (e) $x \in [-\infty; -5] \cup [11; +\infty[$

2 Calcul littéral

2.1 Exercice 3 : Calcul littéral

1. Simplifier sous forme d'une fraction les expressions suivantes.

$$A = 8 \times \left(\frac{x+2}{4} - \frac{x-2}{2} \right) \quad B = \frac{2}{x} - \frac{3}{x^2} + \frac{4}{x^3} \quad C = \frac{2x^2 + 4x}{x+2} \quad \text{avec } x \neq -2$$

2. Soit x un réel. Réduire les expressions suivantes :

$$A = 2(1-x) - (2x-1)(x-3) \quad B = 3x-2 - \frac{1-x}{2} \quad C = 3(x-2)^2 - (2x+3)^2$$

3. Factoriser les expressions suivantes en un produit de facteurs du premier degré.

$$A = 8x^3 - 16x^2 + 8x \quad B = (x+5)(2x-3) - (6x-9) \quad C = 16x^2 - 9$$

$$D = 4x^2 + 12x + 9 \quad E = (3x+2)(x-5) + x^2 - 25 \quad F = (3x-1)^2 + (1-3x)(x+1)$$

4. Montrer que, pour tout réel x différent de -1, on a les égalités suivantes :

$$\begin{aligned} (a) \quad & 1-x+\frac{x^2}{1+x}=\frac{1}{1+x} \\ (b) \quad & \frac{1}{x(x+1)}=\frac{1}{x}-\frac{1}{x+1} \end{aligned}$$

2.2 Exercice 4 : Équations

Résoudre dans \mathbb{R} les équations suivantes :

$$(E_1) : 3x = 0$$

$$(E_2) : 3x^{-1} = 1$$

$$(E_3) : x^2 = 5$$

$$(E_4) : \frac{x+3}{2} - \frac{-5x+12}{6} - 1 = \frac{4x-3}{3}$$

$$(E_5) : 5x(6x-1) = 0$$

$$(E_6) : \frac{2}{x+1} = \frac{x+1}{18}$$

$$(E_7) : \frac{x-4}{x+3} - \frac{x-4}{(x+3)(x+4)} = \frac{x-3}{x+4}$$

2.3 Exercice 5 : Inéquations

Résoudre dans \mathbb{R} les inéquations suivantes :

$$(I_1) \quad \frac{3x+1}{4} - \frac{x+7}{12} < \frac{3x-1}{3}$$

$$(I_2) \quad \frac{x+5}{x+3} - \frac{3x+2}{x(x+3)} \geq \frac{-2}{x}$$

$$(I_3) \quad -3x^2(7x-15)(11-5x) \leq 0$$

2.4 Exercice 6 : Système

Résoudre le système suivant :

$$\begin{cases} 2x + 3y = -4 \\ 6x - 2y = 21 \end{cases}$$

3 Fonctions

3.1 Exercice 7 Fonctions : Ensembles de définition

Déterminer l'ensemble de définition de la fonction f dans les cas suivants :

1. $f(x) = \frac{-5}{x^2 - 4}$
2. $f(x) = \sqrt{2 - 7x}$

3.2 Exercice 8 Pourcentages

Dans son stock de 3 000 livres, un libraire possède 180 livres de cuisine et 18 % de BD.

1. Quel est le pourcentage de livres de cuisine ?
2. Quel est le nombre de BD ?
3. Le libraire décide de solder tous les livres de cuisine.
Il fait une première remise de 10 %, puis une seconde de 25 %.
Quel est le pourcentage global de remise sur le prix d'origine ?

3.3 Exercice 9 : Fonction de référence

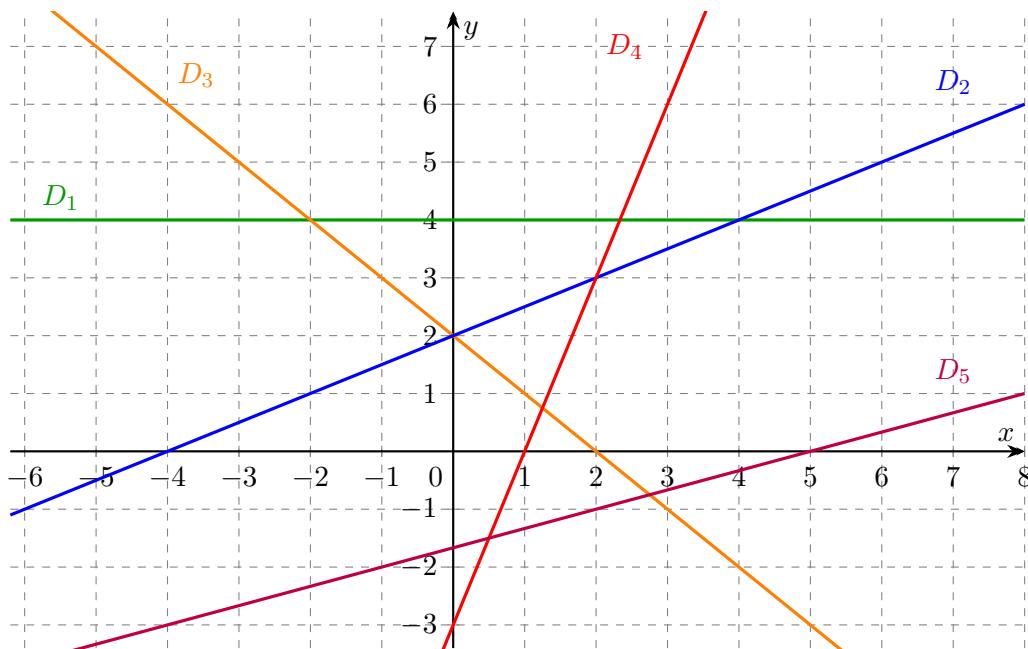
1. Tracer la représentation graphique des fonctions $f_1 : x \mapsto 2x - \frac{1}{2}$ et $f_2 : x \mapsto -\frac{3}{4}x + 2$ dans un repère $(O; \vec{i}; \vec{j})$.

Pour chacune des représentations graphiques de ces fonctions, déterminer leur coefficient directeur et leur ordonnée à l'origine.

2. Tracer les courbes des fonctions carré, inverse, racine carrée et cube dans un repère $(O; \vec{i}; \vec{j})$.
3. Déterminer les sens de variation des fonctions carré, inverse, racine carrée et cube et savoir le démontrer.

3.4 Exercice 10 : Équations de droites

Déterminer les équations de droites (réduites et cartésiennes)



4 Vecteurs

4.1 Exercice 12 : Constructions

Soient A, B et C trois points distincts.

Construire sur une feuille non quadrillée à la règle et au compas les points M et N tels que :

1. $5\vec{MA} + 3\vec{MB} = \vec{0}$
2. $2\vec{NA} - \vec{NB} + 3\vec{NC} = \vec{0}$

4.2 Exercice 13 : Constructions avec paramètre

Soit ABC un triangle quelconque.

On définit les points D et E par $\vec{AD} = 2\vec{AB} + k\vec{AC}$ et $\vec{AE} = k\vec{AB} + 2\vec{AC}$.

1. Construire les points D et E dans les cas suivants :
 - (a) $k = 3$
 - (b) $k = \frac{3}{2}$
2. Qu'observe-t-on sur les vecteurs \vec{DE} et \vec{BC} ?
3. Démontrer que pour tout réel k les vecteurs \vec{DE} et \vec{BC} sont colinéaires.
4. Déterminer le réel k pour lequel :
 - (a) D et E sont confondus
 - (b) $\vec{BC} = \frac{1}{2}\vec{DE}$

5 Géométrie dans un repère

5.1 Exercice 14 : Géométrie repérée

On considère les points $A(1; 1)$, $B(3; 0)$, $C(4; 2)$, $D(2; 3)$.

1. Déterminer les coordonnées du milieu de $[AC]$
2. Déterminer la nature du quadrilatère ABCD.

5.2 Exercice 14 : Droites dans un repère

1. Déterminer une équation cartésienne de la droite (d_1) passant par les points $A(-5; 7)$ et $B(10; -2)$.
2. Déterminer une équation cartésienne de la droite (d_2) passant par le point $C(3; 2)$ ayant pour vecteur directeur $\vec{v}(4; -2)$.
3. Déterminer les coordonnées du point d'intersection de (d_1) et (d_2) .
4. Déterminer l'équation réduite de la droite (d_3) parallèle à la droite Δ d'équation $y = (\sqrt{3}+1)x+\sqrt{3}$, et passant par le point $A(\sqrt{3}-1; -2)$.
5. Déterminer, quand il existe, le coefficient directeur et un vecteur directeur des droites suivantes :
 - (a) $(d_a) : y = 0$.
 - (b) $(d_s) : y = -\frac{2x}{3}$.
 - (c) $(d_\theta) : x = 100$.

6 Autres

6.1 Exercice 16 : Raisonnement, Logique

Les questions sont indépendantes

1. Dans chaque cas, écrire la **négation** de la proposition, puis exprimer l'ensemble par un intervalle ou une réunion d'intervalles.
 - (a) $x < 3$ et $x > 1$.
 - (b) $x \geq -2$ ou $x < 3$.
2. Écrire la **négation** de :

« f est une fonction telle que pour tout réel x de l'intervalle $[0; 1]$, $f(x) = 2$ ».
3. Dans chaque cas, indiquer si $P \Rightarrow Q$ ou si $Q \Rightarrow P$ ou si $P \Leftrightarrow Q$, puis écrire la **contraposée** de $P \Rightarrow Q$.
 - (a) $P : a > 2$. $Q : a > 0$.
 - (b) $P : x^2 = 9$.
 $Q : x = 3$.
 - (c) $P : x > 3$.
 $Q : x^2 > 9$.
4. Dans chaque cas, indiquer si l'implication est vraie ou fausse, puis énoncer la réciproque et indiquer si elle est vraie ou fausse.
 - (a) Si $x = 1$, alors $\frac{1}{x} = 1$
 - (b) Si $\frac{1}{x} > 1$, alors $x < 1$

7 Probabilité

7.1 Exercice 15 : Probabilités

Deux urnes U_1 et U_2 contiennent chacune des boules blanches et des boules noires indiscernables au toucher. La probabilité de tirer une boule blanche dans l'urne U_1 vaut 0,3 et dans l'urne U_2 vaut 0,4. On tire successivement une boule de l'urne U_1 puis une boule de l'urne U_2 .

1. Décrire en français l'événement contraire de l'événement « tirer une seule boule noire ».
2. Modéliser l'expérience par un arbre pondéré de probabilité.
3. Calculer la probabilité de tirer une boule blanche puis une boule noire.
4. Calculer la probabilité de tirer deux boules de même couleur.

8 Algorithmique

8.1 Exercice 17 : Conditionnelle

Soit f la fonction affine définie sur \mathbb{R} par $f(x) = mx + p$.

Compléter en langage Python la fonction ci-contre à deux arguments m et p qui détermine les valeurs de x pour lesquelles $f(x)$ est positive.

```

1 def signe(m,p):
2     if m == 0:
3         if ... :
4             print("f(x) est positive sur R")
5         else :
6             print("f(x) n'est pas positive sur R")
7     else :
8         if ... :
9             print("f(x)>0 pour x<", ...)
10        else :
11            print("f(x)>0 pour x>", ...)
```

8.2 Exercice 18 : Boucle

Un fabricant de lampes de poche fabrique un nombre L de lampes.

Chaque année à venir, il souhaite produire 20 % de plus de lampes.

```

1 def prod(L):
2     N = 0
3     while L < ... :
4         ...
5         ...
6     return (...)
```

1. Compléter le script proposé pour calculer dans combien d'années il produira strictement plus de 10000 lampes.
2. Cette année, ce fabricant produit 2500 lampes. Faites tourner cet algorithme sur votre calculatrice et indiquer le nombre d'années dans lequel il produira plus de 10000 lampes.

Fin de chapitre