CALCUL LITTERAL
Partie 2/2

Objectif du chapitre :
- ⇒ Factoriser des expressions algébriques dans lesquelles le facteur est apparent.
- ⇒ *Utiliser la 3e identité remarquable pour factoriser une expression numériques ou littérales.*

I) Calcul Mental

Pour calculer mentalement certaines opérations plus ou moins complexes, nous nous aiderons de la distributivité.

Voici un exemple :

Afin de contribuer au financement du voyage scolaire, Aline vend des trousses à 5,12€ l'unité.
Sur son lot de 134, il lui en reste seulement 34.
Quelle est sa recette actuelle ?

$A = 5{,}12 \times 134 - 5{,}12 \times 34$
$A = 5{,}12 \times (134 - 34)$
$A = 5{,}12 \times 100$
$\boxed{A = 512}$

La recette actuelle d'Aline est de 512 €.

Cette transformation d'écriture qui permet de passer d'une somme ou différence de deux termes à un produit de deux facteurs s'appelle : la **factorisation**.

En détaillant les étapes, calculer mentalement :

$B = 4{,}7 \times 91 + 4{,}7 \times 9$	$C = 11{,}4 \times 18{,}3 - 11{,}4 \times 8{,}3$	$D = 17 \times 999 + 17$
$B =$	$C =$	$D =$
$B =$	$C =$	$D =$
$B =$	$C =$	$D =$

II) Factorisation

1) Factorisation de type 1 - distributivité

Propriété

Cette factorisation est basée sur une la propriété de la distributivité vue au chapitre 3.

$$\boxed{k \times (a+b) = k \times a + k \times b}$$

Méthode 1

- Etape 1 : Identifier les termes de la somme (ou de la différence) et le signe entre les termes.
- Etape 2 : Faire apparaitre : - le facteur commun k (il peut y en avoir plusieurs) ;
  - et au moins un signe de multiplication dans chaque terme $\times$.
- Etape 3 : on factorise c'est-à-dire
  $\boxed{A \times (\textit{Par quoi est multiplié } A \textit{ dans le } 1er \textit{ terme? } + \textit{Par quoi est multiplié } A \textit{ dans le } 2eme \textit{ terme ?})}$
- Etape 4 : On réduit dans la parenthèse.

Exemple 1

$$A \times B + A \times C = A \times (B + C)$$

$A(x) = (x+1)(2-3x) - (x+1)(1+7x)$

$A(x) = (x+1)(2-3x) - (x+1)(1+7x)$

$A(x) = (x+1) \times [(2-3x) - (1+7x)]$

$A(x) = (x+1) \times [2 - 3x - 1 - 7x]$

$\boxed{A(x) = (x+1) \times (1-10x)}$

$B(x) = (2x+1)(3+x) - 3(3+x)(x-1)$

$B(x) = (2x+1)(3+x) - 3(3+x)(x-1)$

$B(x) = (3+x) \times [(2x+1) - 3 \times (x-1)]$

$B(x) = (3+x) \times [2x + 1 - 3x + 3]$

$\boxed{B(x) = (3+x) \times (4-x)}$

Exemple 2

$$A \times B - A = A \times B - A \times 1$$

$C(x) = (x+1)(2-3x) - (x+1)$

$C(x) = (x+1)(2-3x) - (x+1) \times 1$

$C(x) = (x+1) \times [(2-3x) - 1]$

$C(x) = (x+1) \times [2 - 3x - 1]$

$\boxed{C(x) = (x+1) \times (1-3x)}$

$D(x) = (3+x) - 3(3+x)(x-1)$

$D(x) = 1 \times (3+x) - 3(3+x)(x-1)$

$D(x) = (3+x) \times [1 - 3 \times (x-1)]$

$D(x) = (3+x) \times [1 - 3x + 3]$

$\boxed{D(x) = (3+x) \times (4-3x)}$

Exemple 3

$$A \times B - A^2 = A \times B - A \times A$$

$E(x) = (x+1)(2-3x) - (x+1)^2$

$E(x) = (x+1)(2-3x) - (x+1) \times (x+1)$

$E(x) = (x+1) \times [(2-3x) - (x+1)]$

$E(x) = (x+1) \times [2-3x-x-1]$

$\boxed{E(x) = (x+1) \times (1-4x)}$

$F(x) = (3+x)^2 - 2(3+x)(x-1)$

$F(x) = (3+x) \times (3+x) - 2(3+x)(x-1)$

$F(x) = (3+x) \times [(3+x) - 2 \times (x-1)]$

$F(x) = (3+x) \times [3+x-2x+2]$

$\boxed{F(x) = (3+x) \times (5-x)}$

2) <u>Factorisation de type 2 – identités remarquables</u>

Méthode 2

L'idée est de reconnaître l'identité remarquable.

$$\boxed{(\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b})(\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b}) = \boldsymbol{a}^2 - \boldsymbol{b}^2}$$

$G(x) = (x+1)^2 - (2x-3)$

$G(x) = [(x+1)+(2x-3)] \times [(x+1)-(2x-3)]$

$G(x) = [x+1+2x-3] \times [x+1-2x+3]$

$\boxed{G(x) = (3x-2)(4-x)}$

3) <u>Factorisation de type 3 – mixte du type 2 et 3</u>

Méthode 3

L'idée est d'effectuer une factorisation intermédiaire dans un des termes de la somme afin de faire apparaitre le facteur commun ou de faire apparaître la 3e identité remarquable.

$G(x) = \underbrace{x^2 + 2x + 1}_{(x+1)^2} - (2x-3)^2$

$G(x) = (x+1)^2 - (2x-3)^2$

$G(x) = [(x+1)+(2x-3)] \times [(x+1)-(2x-3)]$

$G(x) = [x+1+2x-3] \times [x+1-2x+3]$

$\boxed{G(x) = (3x-2) \times (4-x)}$

$I(x) = (x-3)^2 \underbrace{-5x+15}_{-5(x-3)}$

$I(x) = (x-3)^2 - 5(x-3)$

$I(x) = (x-3) \times [(x-3)-5]$

$I(x) = (x-3) \times [x-3-5]$

$\boxed{I(x) = (x-3) \times (x-8)}$